

تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

PERT & CPM

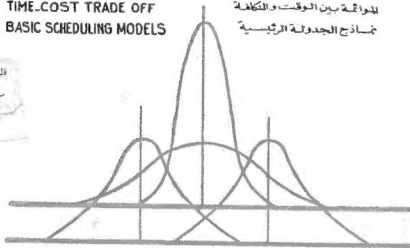
TIME-COST TRADE OFF

BASIC SCHEDULING MODELS

سيرت + المسار الحرج

الموازنة بين الوقت والتكلفة

نماذج الجدولة الرئيسية



دكتور
حسين عطّار عظيم

دكتوراه في بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا
ماجستير في الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد بقسم إدارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

١٤٠٦ هـ - ١٩٨٦ م



تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

PERT & CPM

TIME-COST TRADE OFF

BASIC SCHEDULING MODELS

مبهرات المسار الحرج

العلاقة بين الوقت والتكلفة

نماذج الجدولة الرئيسية

دكتور
حسين عطأ غنيم

دكتوراه في بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا ببراى
ماجستير في الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد قسم إدارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

١٩٨٦ هـ - ٢٠٠٦ م

الناشر

دار الفكر العربي

الفصل الأول

التحليل الزمني لشبكات الأعمال

Temporal Analysis

١ - مقدمة :

لقد بدأت الكتابات الخاصة بتحليل شبكات الأعمال منذ أواخر الخمسينات في هذا القرن ، إذ ظهر في ذلك الوقت طريقة المسار الحرج - Critical Path Method (CPM) وطريقة تقويم ومراجعة البرامج - Program Evaluation and Review Technique (PERT) ومنذ ذلك الحين ونحن نشهد تطور كبير في هذه الأساليب وكيفية استخدامها ، إذ امتد مجال استخدام شبكات الأعمال ليشمل جميع أنواع الأنشطة التي يمكن التعبير عنها في شكل مشروع Project له نقطة بداية ونقطة نهاية محددة ، وذلك مثل بناء المنشآت الضخمة كالأنفاق والطرق والكباري والمشروعات الخاصة بإنشاء شبكات الصواريخ وكذا العمليات الجراحية والمشروعات الخاصة بتقديم منتج جديد وبرامج الكمبيوتر وغيرها من المشروعات .

كما تطورت النظريات العلمية صاحبة وأصبح الأمر يقتضى من الراغب في دراسة هذا الموضوع ضرورة أن يكون ملماً بالكثير من العلوم الأخرى ، فيفترض كتاب Activity Networks للدكتور صلاح المغربى^(١) ضرورة إلمام القارئ بقدر في الرياضيات ومقرر في بحوث العمليات ومقرر آخر في البرمجة الخطية هذا بالإضافة الى ضرورة الإلمام بنظرية الاحتمالات

(١) د . صلاح المغربى يرأس قسم بحوث العمليات بجامعة ولاية نيو يورك كارولينا وهو مصري الجنسية ومن الرواد الأوائل في هذا المجال .

ونظرية العمليات العشوائية ونظرية صفوف الانتظار حتى يستطيع القارئ ملاحقة التطورات المتلاحقة في هذا المجال .

ولم يعد الأمر قاصراً على استخدام شبكات الأعمال في تحديد الأوقات الخاصة بتنفيذ المشروعات وإنما امتد الأمر لياخذ التكاليف في الحسبان وكذا كيفية أداء أنشطة المشروع في ظل استخدام موارده محدوده واستخدام شبكات الأعمال كأداة للجدولة الزمنية Scheduling ، هذا بالإضافة الى كيفية تحديد أقصر المسارات من نقطة بداية السى نقطة نهاية محدده وكيفية تعظيم الطاقة المدفوعة من نقطة بداية السى نقطة نهاية معينة وغيرها من الموضوعات التي اشتملها هذا المجال والتي أصبحت لها مجموعة متكاملة من الدراسات المتقدمة Graduate Courses تسمى تحليل شبكات الأعمال Network Analysis، والتدفقات الخاصة بشبكات الأعمال Flows on Networks ونظرية الرسم - Graph Theory .

ولقد زاع استخدام شبكات الأعمال كوسيلة لترشيد عملية ادارة المشروعات - Project Management مما عاد بالنفع والفائدة على رجال الأعمال ، خاصة وأن هذه المشروعات تتم لمرة واحدة فلا يتم تكرارها بالشكل الذي يمكن إدارة المشروع من الاستفادة من الأخطاء السابقة وبالتالي فان تنفيذ هذه المشروعات بكفاءة عالية يتوقف أساساً على خبرة وكفاءة مدير المشروع في تنفيذ مشروعات سابقة مشابهة وعلى مدى كفاءته في التصرف في المواقف المختلفة التي تواجهه والتي تحتاج الى إعادة التخطيط والجدولة بشكل مستمر .

ولم يكن متاح لمديرى المشروعات حتى وقت قريب ما يكفي من الأدوات التى تساعد على أداء هذه الأعمال بكفاءة أعلى ، اذ اقتصر الأمر حتى أواخر الخمسينات على استخدام بعض الخرائط البدائية التى تعرف بـ Bar charts وكذا خرائط جانت Gantt charts والتى كثر استخدامها بصفة خاصة فى مجال إدارة الإنتاج ، الا أنها كانت قاصرة ، وغير كافية لتوضيح العلاقات بين الأنشطة وتوقيتاتها المتداخلة والمعقدة . ولذا فان هذا الظهور للبيادى الخاصة بتحليل شبكات الأعمال قد أدى الى توافر أساس لأدوات أكثر دقة وعمومية فى إدارة المشروعات .

وفىما يلى سوف نبدأ بتحديد معانى بعض المصطلحات التى سوف يكثر استخدامها فى هذا المجال :

٢ - تعاريف :

١/٢ : النشاط Activity :

هو جهد أو شىء ما يستهلك وقت أو موارد أو كلاهما معا . وسوف نعرف فيما بعد أن هناك أنشطة وهمية Dummy Activities لا تستهلك أى من الوقت أو الموارد .

هذا يعد تدريج رجال البيع بمثابة نشاط معين وكذا الحال بالنسبة لاجراء بحث ما ، أو نقل قطعة ما من موقع الى موقع آخر . . . الخ . وعادة ما يتم التعبير عن النشاط بهم كما سوف نرى رياضيا للنشاط بالرمز (u)

• —————→
u

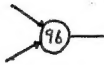
٢/٢ الحدث EVENT:

يعبر الحدث عن شيء ما معروف توقيت حدوثه بدقة تامة كوصول شحنة ما إلى الميناء أو الانتهاء من صب سقف لأحد المباني الذي يتم تشييده ... الخ ، وعادة ما يتم التعبير عنه في شكل حلقه كما سوف نرى رياضياً للحدث بالرمز (1) وذلك كما يلي :

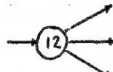


شكل (١/١)

وإذا كان الحدث هو نقطة تجمع أكثر من نشاط فنطلق عليه حدث التقاء Merge event أما إذا كان الحدث بمثابة نقطة بداية لأكثر من نشاط فنطلق عليه حدث انبثاق Burst event



حدث التقاء



حدث انبثاق

شكل (٢/١)

٣/٢ المشروع Project :

يتمثل المشروع في مجموعة من الأنشطة ومجموعة من الأحداث وبالتالي يمكن النظر إلى إجراء عملية جراحية على أنها مشروع وكذلك الحال بالنسبة لبناء كوبري أو إنشاء نفق أو تنفيذ حملة ترويجية أو اختبار منتج جديد في أحد الأسواق ... الخ . إذ يمكن النظر إلى كل هذه على أنها مشروعات .

٤/٢ شبكة الاعمال - Network :

هى تمثيل بالرسم عن مشروع ما لبيان العلاقات الاقتصادية بين الأنشطة المختلفة وتحلل هذه الأنشطة من بداية المشروع حتى نهايته .

٣ - كيفية التعبير عن المشروع فى شكل شبكة أعمال :

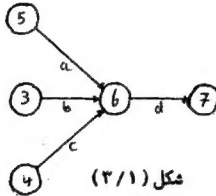
١/٣ : هناك مجموعة من القواعد الخاصة برسم شبكات الأعمال والتي نورد هنا فيما يلى :

١ - يتم التعبير عن النشاط بسهم ، دون أن يعكس طول السهم الوقت الخاص بأداء النشاط .

٢ - نكتب رمز النشاط أسفل السهم والوقت الخاص بالنشاط فوق سهم .
٣ - يبدأ السهم من حدث البداية وينتهى رأس السهم عند حدث النهاية .

٤ - يجب التأكد لبدأ أى نشاط أن جميع الأنشطة السابقة واللازمة لأداء هذا النشاط قد تم تنفيذها .

فإذا كان النشاط d يعتمد على الأنشطة a, b, c ، فإنه يمكن التعبير عن هذه العلاقة الاقتصادية كما يلى :

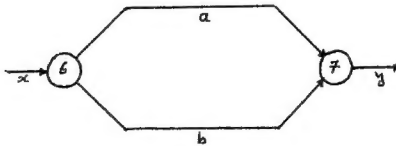


ولا يعنى ما سبق ضرورة انتهاء a, b, c معا وفي نفس الوقت حتى يمكن البدء فى d ، وانما يعنى الرسم السابق أن النشاط d لن يبدأ الا بعد انتهاء الأنشطة السابقة عليه وهى الأنشطة a, b, c أى كان الوقت الخاص لانتهاء هذه الأنشطة .

٥ - ترقم الاحداث بحيث يكون رقم حدث البداية أقل دائما من رقم حدث النهاية .

٦ - لا يجوز تكرار استخدام الرقم الذى سبق استخدامه فى ترقيم حدث ما .

٧ - لا يجوز أن يشترك أكثر من نشاط فى نفس البداية وفى نفس النهاية ، وانما يجوز أن يشترك أكثر من نشاط فى بداية ما أو فى نهاية ما دون الاشتراك فى البداية والنهاية معا ، وبذا فالشكل التالى لا يعد سليما فى هذا الصدد .

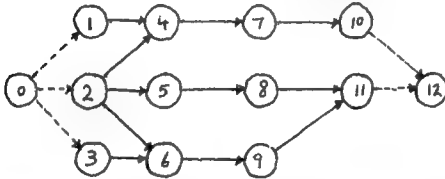


٨ - يفضل (لا يشترط) أن يكون لشبكة الأعمال بداية واحدة ونهاية واحدة .

٢/٣ : استخدام الأنشطة الوهمية - Dummy Activities :

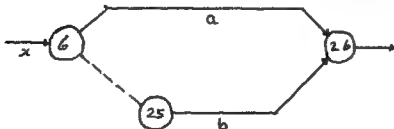
أن تحقيق قواعد الرسم السابقة يقتضى فى بعض الأحيان افتراض وجود أنشطة وهمية لاستفسر أى من الوقت أو الموارد ، وفيما يلى ثلاث مجالات لاستخدام هذه الأنشطة الوهمية والتي يتم التعبير عنها فى شكل أسهم متقطعة .

١ - إذا كانت هناك أكثر من بداية أو أكثر من نهاية للمشروع ويراد أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة



شكل (١/٥)

٢ - لتحقيق بند (٧) من الشروط الخاص بعدم اشتراك أكثر من حدث فى نفس البداية والنهاية ، والتالى يتم استبدال الشكل الخاص ببند (٧) شكل (١/٦) ليصبح كما يلى :

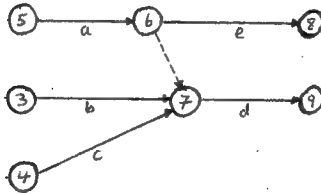


شكل (١/٦)

٣ - تستخدم الأنشطة الوهمية بصفة أساسية في اظهار العلاقات
الاعتمادية بين الأنشطة بطريقة دقيقة .

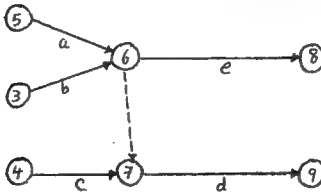
ويمكن توضيح ذلك بعدة أمثلة كما يلي :

إذا كان النشاط d يعتمد على كل من الأنشطة a , b , c
وكان النشاط e يعتمد فقط على النشاط a فيتم التعبير عن
ذلك بمساعدة النشاط الوهمي كما يلي :



شكل (٧/١)

إذا كان النشاط e في المثال السابق يعتمد على كل من a , b
فيتم التعبير عن ذلك كما يلي :



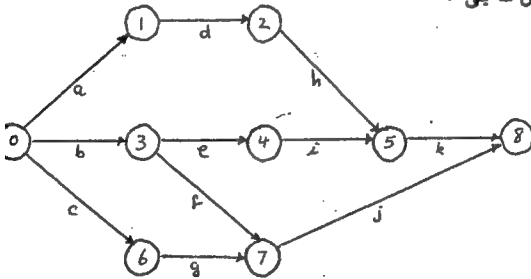
شكل (٨/١)

ويمكن توضيح قواعد الرسم السابقة بمثال كما يلي :

يبدأ مشروع ما بالأنشطة a, b, c ويعتمد النشاط d على النشاط a والنشاط g على النشاط c • ويعتمد النشاط e والنشاطان e, f على النشاط b • ويعتمد النشاط h على النشاط d و i على e أما النشاط j فيبدأ بعد الانتهاء من كل من النشاطين ٤, ٥ • ويعتمد النشاط k على النشاطين i, h وينتهي المشروع بانتهاء كلا النشاطين k, j •

والتالي يمكن التعبير عن هذا المشروع في شكل شبكة :

أعمال كما يلي :



شكل (١/١)

٤ - كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة :

تفترض طريقة السار الحرج إمكان تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة بطريقة مؤكدة ، فهي بذلك تستبعد أى احتمال لحدوث تعديل فى أوقات هذه الأنشطة أثناء التنفيذ وبالتالي فان طريقة السار الحرج تتعامل مع نشاط ما يستغرق ١٠ أيام لاتتأثر مع وجود احتمال أن التنفيذ يتم ما بين ٩ و ١١ أيام مثل تعاملها مع نشاط آخر يتوقع أن يستغرق أيضا ١٠ أيام مع وجود احتمال ان التنفيذ يتم ما بين يومين وخمسة وعشرون يوما .

ولاشك أن هناك من الأسباب القوية التى تقتضى ضرورة النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية - Random variables - وبالتالي يقتضى الأمر تحديد التوزيع الاحتمالى الخاص بهذه الأوقات ، فقد يمثل النشاط فى اجراء بحث معين أو اجراء جهود تنويه يصعب تحديد أوقاتها بشكل مؤكد عند بداية المشروع ، أو قد يحتد وقت تنفيذ النشاط على مدى توافر موارد محددة أو على مدى توافر شروط تنفيذ محدد كتوافر درجة حرارة معينة أو على درجة سقوط الأمطار أو غيرها من العوامل التى هى بطبيعتها تعد متغيرات عشوائية يصعب تحديد قيمها المستقبلية بطريقة مؤكدة .

ويجدر الاشارة هنا الى أن التفرقة الأساسية بين نموذج السار الحرج GPM ونموذج تقويم ومراجعة المشروعات - PERT يمثل أساسا فى كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة $\{y_n\}$ اذ تفترض طريقة السار الحرج كما سبق أن ذكرنا إمكانية تحديد الأوقات الخاصة

بالأنشطة بطريقة مؤكده بينما تخترض طريقة مراجعة وتقويم المشروعات أن الأوقات الخاصة ببعض أو كل هذه الأنشطة معروفة بشكل احتمالى فقط . ولقد شهدت الفترة الأخيرة تطور مستمر فى استخدام شبكسات الأعمال وما صاحب ذلك من تطور فى النظريات الأساسية المفسرة لها الأمر الذى أدى الى زيادة السفروق بين شبكات الأعمال البنية على معلومات يفترض فيها أنها معلومات مؤكده الحدوث وتلك البنية على معلومات يفترض فيها معرفة احتمال حدوثها فقط . ولذا فانه قد يكون من المناسب أن تستخدم التعبيرات الخاصة بشبكات الأعمال ذات الأنشطة المؤكده وشبكات الاعمال ذات الأنشطة الاحتمالية .

Deterministic Activity network(DANs), and Probabilistic Activity Network(PANs).

• وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة .

وسوف نتناول فيما يلى كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة وذلك بغرض أنها معلومه مقدما وبشكل مؤكده .

• - تحديد الاوقات في شبكات الاعمال ذات الانشطة المؤكدة :

Deterministic Arc Durations:

بعد الانتهاء من التعبير عن المشروع في شكل شبكة أعمال كما سبق أن بينا • وبعد تحديد الأوقات الخاصة بالانشطة المختلفة فعادة ما تثار أسئلة هامة حول البعاد المتوقع للانتهاء من تنفيذ المشروع ومتى يمكن جدولة الانشطة المختلفة ؟ وتتوقف الاجابة على هذه الاسئلة على الكيفية التي يتم بها تحديد الوقت الخاص بكل نشاط وما اذا كان هناك وقت واحد محدد لتنفيذ كل نشاط وذلك كما هو الحال في طريقة المسار الحرج . CPM أم يتم تقدير ثلاث أوقات • الوقت المتفاعل والوقت المتسائم والوقت الاكثر احتمالا لتنفيذ النشاط الواحد وذلك كما في طريقة PERT • ولن تختلف طريقة الحساب في هذا الجزء من الدراسة ان في حالة تعدد الاوقات المقدرة للنشاط الواحد فاننا سوف نهتم فقط بالوقت المتوسط اللازم لاداء هذا النشاط والذي يتم حسابه باستخدام الأرقام الثلاثة المعطاه كما سنبين فيما بعد • وبالتالي يتم معاملة هذه الأوقات الثلاثة الخاصة بالانشطة كما هو الحال في حالة وجود رقم واحد محدد لوقت تنفيذ النشاط •

وهناك طريقتين لحساب الاوقات المتوقعة الخاصة ببداية ونهاية التنفيذ لكل نشاط • فقد يتم الحساب في اتجاه أمامى - Forward ابتداء من نقطة بداية المشروع وانتهاء بنقطة النهاية أو قد يتم الحساب في اتجاه عكسى Backward ابتداء من نهاية المشروع والسير بطريقة عكسية حتى نصل الى نقطة البداية •

وتفيد طريقة الحساب في الاتجاه العكس في معرفة آخر وقت يمكن فيه الانتهاء من تنفيذ نشاط معين دون أن يؤدي ذلك إلى تأخر تنفيذ المشروع ككل، عن آخر وقت مسموح به للانتهاء من تنفيذ .

وفيما يلي مجموعة من الرموز الرياضية التي تساعدنا على إجراء حسابات الأوقات السابقة :

- y_u = الوقت الخاص بالنشاط u
- $\bar{y}_u = E(y_u)$ = القيمة المتوقعة لوقت تنفيذ النشاط u
- $t_1(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث 1
- $t_0(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث صفر وعادة ما نجعل $t_0(E) = 0$
- $t_1(L)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر للحدث 1
- $t_n(L)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر للحدث النهائية
- (n) . وعادة ما نجعل $t_n(L)$ تسارى قيمة معينة
- وليكن γ

$B(i)$ = تمثل مجموعة الأحداث السابقة على الحدث 1 والتي تتصل بالحدث 1 بمجموعة من الأنشطة تصل ما بين هذه الأحداث والحدث 1

(5) $\alpha =$ الأحداث 4 , شكل (11/1) .

(1) $\alpha =$ تمثل مجموعة الأحداث التالية للحدث 1 والتي تتصل بالحدث 1 بمجموعة من الأنشطة تصل ما بين هذه الأحداث والحدث 1 .

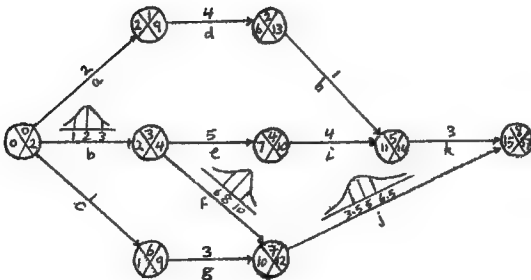
(5) $\alpha =$ الأحداث 1, 3, 6 شكل (11/1) .

وسوف يتم تقسيم الحلقة الدالة على الحدث بالشكل الذي يظهر رقم الحدث والوقت المبكر والوقت المتأخر لتحقيق الحدث وذلك كما يلي :



شكل (10/1)

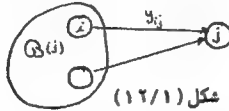
ويكون المثال السابق كما يلي



$$E_0(E) = 0 \quad , \quad E_8(L) = 17$$

ويكون الوقت المبكر لتحقيق الحدث j كما يلي :

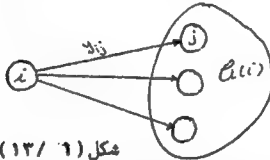
$$t_j(E) = \max_{i \in B(i)} \{ t_i(E) + y_{ij} \} , t_0(E) \equiv 0$$



شكل (١٢/١)

ويكون الوقت المتأخر لتحقيق الحدث i كما يلي :

$$t_i(L) = \min_{j \in C(i)} \{ t_j(L) - y_{ij} \} , t_n(L) \equiv \gamma$$



شكل (١٣/١)

ويكون الفرق بين التحقق المتأخر والتحقق المبكر للحدث بمثابة الوقت الراكب slack time الخاص بالحدث i أي أنه الوقت المسموح بالتأخر فيه لتحقيق الحدث دون أن يؤثر ذلك التأخير على النهاية المتأخرة لتحقيق المشروع i وتعتبر S_i عن هذا الوقت الراكب للحدث (1) .

$$S_i = t_i(L) - t_i(E) \geq 0 \quad \forall i \in N$$

ونظرا لأن أي نشاط له حدث بداية وحدث نهاية ونظرا لوجود وقتين لتحقيق كل حدث $t_i(L), t_i(E)$ حيث $t_i(L) \geq t_i(E)$ فاننا يمكن أن نعرف فوراً أربعة أنواع من الفائض float بالنسبة

لكل نشاط من أنشطة المشروع .

٥ / : الفاض الكلى Total float :

$$(1) S_{ij} = t_j(L) - t_i(E) - y_{ij}$$

اذ نفترض فى هذه الحالة اتمام جميع الأنشطة السابقة على النشاط (i_j) فى أوقاتها المبكرة بينما نفترض اتمام الأنشطة اللاحقة على النشاط (i_j) فى أوقاتها المتأخرة ، أى يتم حساب الفاض الكلى بفرض اتمام الأنشطة السابقة على النشاط (i_j) بأسرع ما يمكن ونفس نفس الوقت التأخير الى أقصى حد ممكن فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (i_j) .

٦ / : فاض الآمان Safety float :

$$(2) S_{ij} = t_j(L) - t_i(L) - y_{ij}$$

ويقاس هذا الفاض الوقت المتاح للنشاط (i_j) اذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المتأخرة ، أى فى آخر وقت ممكن لتنفيذها وكان من المرجح فيه أيضاً التأخير فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة الى آخر وقت ممكن . وبالتالى يعكس $S_{ij}^{(2)}$ الفاض المتاح للنشاط (i_j) رغم التأخير فى تنفيذ الأنشطة السابقة على النشاط (i_j) اذا ما تم ترحيل تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (i_j) الى آخر وقت ممكن ، ويتحقق هذا الفاض عند حدوث انبعاث

- Burst event .

٣/٥ : الفائص الحر Free float :

$$S_{ij}^{(3)} = t_j(E) - t_i(E) - y_{ij}$$

ويقاس هذا الفائص الوقت المتاح للنشاط (i, j) إذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المبكرة ، أى فى أول وقت يمكن فيه بدء التنفيذ وكان من المرغوب فيه أيضاً البدء فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن . وبالتالى فإن هذا الفائص متاح فى تنفيذ النشاط (i, j) رغم الرغبة فى تنفيذ أنشطة المشروع فى أسرع وقت ممكن ، ويتحقق هذا الفائص فقط عند حدث التقاء merge event

٤/٥ : الفائص المتداخل Interference Float :

$$S_{ij}^{(4)} = \max (0, t_j(E) - t_i(L) - y_{ij})$$

$$= (t_j(E) - t_i(L) - y_{ij})^+$$

ويقاس هذا الفائص إذا كان موجبا الوقت المتاح للنشاط (i, j) إذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المتأخرة وكان من المرغوب فيه البدء فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن لبدء التنفيذ . أى يعكس هذا الفائص الوقت المتاح للنشاط (i, j) إذا ماتم ضغط الوقت المتاح للنشاط (i, j) إلى أقل حد ممكن فيتم تنفيذ الأنشطة السابقة فى آخر وقت ممكن والأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن .

وبلاحظ أن الفائص الإجمالى يكون أكبر فائص متاح للنشاط وعلى العكس يكون الفائص المتداخل هو أقل فائص متاح للنشاط

أي أن :

$$s_{ij}^{(1)} \geq \max \{ s_{ij}^{(2)}, s_{ij}^{(3)}, s_{ij}^{(4)} \}$$

$$s_{ij}^{(4)} \leq \min \{ s_{ij}^{(1)}, s_{ij}^{(2)}, s_{ij}^{(3)} \}$$

وبالرجوع الى المثال السابق فانه يمكننا حساب الأوقات العكسية والاوقات المتأخرة لتحقيق كل حدث والتي سوف تتخذ هذه كأساس لحساب الفائض المحقق لكل حدث والتالى حساب أنواع الفائض المختلفة لكل نشاط ، وذلك كما يلى :

(i,j) activity ty(i,j) (1)	(i,j) duration y _{ij} (2)	التحقق المبكر للحدث (i)		التحقق المتأخر للحدث (j)	
		t _j (E) (3)	t _i (E)+y _{ij} (4)	t _j (L)-y _{ij} (5)	t _i (L) (6)
0-0	0	0	0	2	2
0-1	2	0	2	7	9
0-3	1,2,3	0	2*	2	4
0-6	1	0	1	8	9
1-2	4	2	6	9	13
2-5	1	6	7	13	14
3-4	5	2	7	5	10
4-5	4	7	11	10	14
3-7	6,8,10	2	10	4	12
6-7	3	1	4	9	12
5-8	3	11	14	14	17
7-8	3.5 5 6.5	10	15	12	17
8-8	0	15	15	17	17

جدول (١ / ١)

يمثل العمود الاول في الجدول السابق الأنشطة (1) وهنا نلاحظ أننا أضفنا نشاط وهمي (0-0) في أول العمود وكذا النشاط (8-8) في نهاية العمود حتى يتم حساب الوقت المبكر وكذا الوقت المتأخر لتحقيق كل من حدثي البداية والنهاية ، ويمثل العمود الثاني الوقت الخاص بكل نشاط وهنا في حالة وجود أكثر من وقت واحد فالتا نأخذ الوقت المتوسط كأساس للحساب ، ويتم حساب الوقت المبكر لتحقيق الاحداث (j) علما بأن $t_0(E) = 0$ كما في العمود الثالث ، ولحساب الاوقات المبكرة لتحقيق الاحداث يلزم الأمر حساب $t_1(E) + y_{1j}$ لجميع الاحداث (1) السابقة على الحدث j والتي ترتبط بالحدث (j) بالنشاط (1) ، ان تكون $t_j(E)$ هي القيمة القصوى من بين هذه القيم أي أن

$$t_j(E) = \max_{i \in Q(j)} \{ t_1(E) + y_{1j} \}$$

ولذا خصص العمود الرابع لحساب القيم $t_1(E) + y_{1j}$ ، وأخيرا نحسب الاوقات المتأخرة لتحقيق كل حدث في العمود السادس والأخير علما بأن $t_8(L) = 17$

ولحساب الاوقات المتأخرة لتحقيق الحدث (1) يلزم الأمر حساب $t_1(E) - y_{1j}$ لجميع الاحداث (j) اللاحقة للحدث (1) والتي ترتبط به بالنشاط (1) حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا من بين هذه القيم .

$$t_1(L) = \min_{j \in U(1)} \{ t_j(L) - y_{1j} \}$$

وفىما يلى بيان بالأوقات المبكرة والأوقات المتأخرة لتحقيق كل حدث

والتي تم الحصول عليها من الأعدة (3) * (6) على التوالي :

	$\underline{t_1(E)}$	$\underline{T_1(L)}$	$\underline{s_1}$
0	0	2	2
1	2	9	7
2	6	13	7
3	2	4	2
4	7	10	3
5	11	14	3
6	1	9	8
7	10	12	2
8	15	17	2

ويمثل العمود الأخير في الجدول السابق الوقت الراكد s_1 الخاص

بكل حدث (1) وتكون الأوقات الفائضة بالنسبة لكل نشاط كما

يلي :

	(1) s_{1j}	(2) s_{1j}	(3) s_{1j}	(4) s_{1j}
(0-1)	7	5	0	0
(0-3)	2	0	0	0
(0-6)	8	6	0	0
(1-2)	7	0	0	0
(2-5)	7	0	4	0
(3-4)	3	1	0	0
(4-5)	3	0	0	0

(3-7)	2	0	0	0
(6-7)	8	0	6	0
(5-8)	3	0	1	0
(7-8)	2	0	0	0

٥/٥ تحديد المسار الحرج :

بعد ان تم تحديد الاوقات المبكرة والتأخرة لتحقق كل حدث والتالى
تحديد البداية المبكرة والتأخرة لكل نشاط فانه يمكن لادارة المشروع
تحديد الحد الادنى من الوقت اللازم لأداء هذا المشروع وذلك عن طريق
تحديد المسار الحرج (Critical Path) الذى يتحكم فى وقت
تنفيذ المشروع .

ويكون المسار الحرج هو أطول مسار يبدأ من حدث البداية وينتهى
بحدث النهاية ويكون الفاقص الكلى للنشطة الخاصة بهذا المسار أقسل
ما يمكن ويكون هذا الفاقص صفرا فى حالة اذا كان الوقت المتأخر لتنفيذ
المشروع هو نفسه الوقت المبكر لتنفيذه أى $t_n(L) = t_n(E)$ وتسمى
الأنشطة الواقعة على المسار الحرج بالأنشطة الحرجة .

ويكون المسار الحرج فى المثال السابق 8 - 7 - 3 - 0 حيث
يكون الفاقص الكلى على أنشطة هذه المسار أقل ما يمكن وقدها ٢ وحدة
زمن . ويرمز للمشار الحرج بالرمز π_c ولطول المسار الحرج
بـ $T(\pi_c)$.

وكما تم تحديد المسار الحرج الخاص بالمشروع فإنه يمكن تحديد المسار الحرج الثانى وهو ثانى أطول مسار يربط بين حدث البداية وحدث النهاية والمثل يمكن تحديد المسار الحرج الثالث والرابع الخ Subcritical paths .

ولاشك أن تحديد هذه المسارات الحرجه يفيد الادارة فى توجيه عناية فائقة للأنشطة الواقعة على المسار الحرج الأول على أن يلى ذلك توجيه العناية للأنشطة الواقعة على المسارات الحرجة الثانية والثالثة الخ

٦/٥ تحديد المسار الحرج باستخدام الأوقات المحسوبة فى الاتجاه
الأماس فقط :

Critical path from forward Pass Only :

يقضى تحديد المسار الحرج وفقاً للطريقة السابقة ضرورة حساب الأوقات المتأخرة بالإضافة الى الأوقات المبكرة الخاصة بتحقيق كل حدث ورغم أهمية تحديد هذه الأوقات المتأخرة لتحديد المسارات الحرجة الثانية والثالثة الخ . الا انه من الممكن الاستغناء عنها فسى تحديد المسار الحرج الأول ويكون ذلك بفيدا بدرجة كبيرة خاصة فسى المراحل الأولى للتخطيط والجدولة الزمنية لأنشطة المشروع والتي يكون من المرجح فيه فى هذه المرحلة تحديد رقم تقريبي لوقت انتهاء المشروع وتحديد الأنشطة الحرجة بأقل جهد حسابى ممكن خاصة وأن المشروع فى هذه المرحلة يكون عرضه للتعميد والتطوير والتالى اعادة الحساب .

يتم الحساب باستخدام الأوقات المبكرة فقط وذلك بأن نبدأ
بحدث النهاية والتي تقع بالتعريف على المسار الحرج وتسير عكسياً على شبكة
الاعمال حتى نصل الى حدث البداية على أن يتم التفرع عند حدث الالتقاء
الى النشاط الذي ليس له فائض حر أي أن $s_{ij} = 0$ ويمكن توضيح
ذلك على المثال السابق كما يلي :

نبدأ بالحدث الأخير حيث وقت التحقق المبكر $t_8(E) = 15$ ⁽³⁾ والتالى
يمر المسار الحرج بالنشاط 8-7 حيث أن $s_{78} = 0$ وذلك على
عكس $s_{58}^{(3)} = 1$ ، والمثل يمر المسار الحرج بالحدث 3 إذ
أن $s_{37}^{(3)} = 0$ علماً بأن $s_{67}^{(3)} = 6$ ثم نصل الى نقطة
البداية ويكون المسار الحرج كاسبق 8 - 7 - 3 - 0 .

٦ - تحديد الأوقات في شبكات الاعمال اذا ما كانت أوقات الأنشطة متغيرة عشوائية :

سبق ان بينا أنه عادةً ما تكون هناك من الاسباب القوية التي تقتضى
النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية
- Random variables وذلك كما هو الحال بالنسبة للأوقات
الخاصة بأداء الأنشطة الحرجة في المثال السابق إذ تم تقدير أوقات
مختلفة لأداء كل نشاط من هذه الأنشطة الحرجة وذلك وفقاً للظروف
المختلفة المحيطة بالتنفيذ ، ويقتضى ذلك ضرورة التعامل مع علم الاحصاء
لتقدير الوقت المتوقع لانتهاء المشروع والتالى لتحديد مدى امكانية
تسليم المشروع قبل أو في ميعاد محدد سبق الاتفاق عليه ، إذ اننا
بعدد التعامل مع حاصل جمع مجموعة من المتغيرات العشوائية الأمر

الذى يقتضى ضرورة توافر مجموعة من الشروط حتى يمكن فى ضوءها
الاجابة على التساؤلات السابقة بطريقة علمية سليمة وفيما يلى نورد هذه
الشروط :

(١) ضرورة استقلالية الأنشطة بعضها عن بعض —————
- independency .

(٢) أن المسار الحرج يتضمن عدد كبير من الأنشطة ، وعلى أقل تقدير
يجب ألا تقل عدد هذه الأنشطة الحرجه عن أربع أنشطة .

(٣) أنه يمكن تجاهل جميع الانشطة التى لاتقع على المسار الحرج .

وتوافر الشرطين ١ ، ٢ فانه يمكن تطبيق نظرية النزعة المركزية .

Central Limit Theorem (CLT) والتى بمقتضاها

يمكن اعتبار أن وقت تحقق الحدث n بمثابة متغير عشوائى بأخذ شكل
التوزيع المعتدل ، ونرمز له بالرمز T_n ، وأن هذا المتغير العشوائى
له متوسط E_n والذى يتمثل فى طول المسار الحرج $T(\pi_c)$ وتباين
 σ_n^2 ، حيث أن :

$$E_n = \sum_{u \in \pi_c} E(Y_u) = \sum_{u \in \pi_c} \bar{Y}_u$$

$$\sigma_n^2 = \sum_{u \in \pi_c} \sigma_u^2$$

أى أن متوسط مجموع الأوقات هو مجموع متوسطات الأوقات وأن
تباين المجموع هو مجموع التباينات .

وباستخدام خصائص التوزيع المعتدل فانه يمكن تحديد الاحتمال

الخاص بتحقيق حدث النهاية n قبل ميعاد محدد وليكن
 $t_n(s)$ وذلك كما يلي :

$$P_r \{ T_n \leq t_n(s) \} = \Phi \left\{ \frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right\}$$

وبعيد الشرط الثالث في تجنب التحيز bias الذي قد ينشأ
 عند أحداث الالتقاء merging events فإذا استغرق النشاط 5-8
 في المثال السابق وقتاً أكبر من أربعة أيام فسوف يؤثر ذلك على وقت
 تنفيذ المشروع فقد لا يظل ١٥ يوماً كما سبق الحساب. إذ أن الوقت
 الخاص بتحقيق أحداث الالتقاء لا يتوقف فقط على طول أطول نشاط يصب
 في هذا الحدث وإنما يتأثر أيضاً بعدد الأنشطة التي تنتهي في هذا
 الحدث إذ كلما زاد عدد الأنشطة كلما زاد احتمال عدم تحقق الحدث
 في الميعاد الخاص بأطول نشاط. فالاحتمال الخاص بوصول آخر مدعو
 في حفل عام يتزايد مع زيادة عدد المدعوين ولا يتوقف فقط على ميعاد
 وصول المدعو المتواجد في أبعد مكان عن موقع الاحتفال.

ولاشك أن درجة التحيز تزداد في أحداث الالتقاء الخاصة
 بعدة أنشطة ، لاسيما إذا اقترنت جميعها في ميعاد الانتهاء الخاص
 بها .

ولتحديد الوقت المتوقع لتحقيق أحداث المشروع فإنه يلزم الأمر
 تحديد الوقت المتوقع لكل نشاط وهو الأمر الذي يتوقف على التوزيع
 الاحتمالي للوقت الخاص بهذا النشاط الأمر الذي يحتاج إلى جهود
 كبيرة لتحديد التوزيعات الاحتمالية لجميع أوقات الأنشطة u .

ولذا افترض المبرمجون الاواغل لطريقة PERT مجموعة اضافية من الفروض والتي يمكن اعتبارها مقبولة الى حد كبير وذلك بدلا من اللجوء الى تحديد التوزيعات الاحتمالية Probability (PDF) Distribution Function لكل الأوقات Y_u ، وهذه الشروط الاضافية هي :

٤ - أن التوزيع الاحتمالي لوقت النشاط Y يمكن اعتباره بمثابة توزيع بيتا Beta .

٥ - أن متوسط الوقت والتباين الخاص بكل نشاط يمكن حسابه بشكل تقريبي مخالف قليلا لحساب المتوسط والتباين لتوزيع بيتا Beta المفترض وذلك كما يلي :

$$Y_u = \frac{a_u + 4 m_u + b_u}{6}$$

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{b_u - a_u}{6} \right)^2$$

حيث

a_u تمثل الوقت المتفائل لأداء النشاط .

b_u تمثل الوقت المتشائم لأداء النشاط .

m_u الوقت الأكثر احتمالا لأداء النشاط (المنوال الخاص بالتوزيع

الاحتمالي Y_u) .

وبالتالى فانه يكفى تحديد a_u, b_u, m_u حتى يمكن تجديد \bar{y}_u و σ_u^2 وهما بدورهما يستخدمان فى تحديد المسار الحرج CP وتحديد مدى امكانية تنفيذ المشروع فى ميعاد محدد .

١ / ١ : قواعد عامة يجب الاسترشاد بها عند تحديد a_u, b_u, m_u :

رغم وضوح التعريفات الخاصة بكل من a_u, b_u, m_u عند تحديد اوقات الأنشطة u فهناك مجموعة من القواعد أو النقاط التى تساعد على تقدير هذه الأوقات بطريقة دقيقة والتى نذكرها فيما يلى :

١ - ان حجر الزاوية فى اعتبار وقت تحقق المشروع T_n بمثابة تفسير عشوائى يأخذ شكل التوزيع المعتدل يتوقف أساسا على ضرورة توافر شرط الاستقلالية بين الأنشطة المختلفة ، ولذا يجب مراعاة الاستقلالية التامة عند تحديد a_u, b_u, m_u الخاصة بالنشاط محل البحث ودون التأثير بالمرء بما سوف يحدث بالنسبة للأنشطة الأخرى والتى بالتالى قد تؤثر على مدى توافر الموارد أو العمالة اللازمة لأداء النشاط محل البحث .

٢ - لا يجب أن يتم تقدير a_u, b_u, m_u فى ضوء الوقت المتبقى لتنفيذ المشروع ، فلا يجب مراجعة الأوقات بما يتفق مع البسماد المخصص للانتها من المشروع وإنما يتم مراجعتها فقط اذا ما طرأت تغيرات على طبيعة النشاط أو عندما يحدث تعديل فى الأيدي العاملة أو الموارد المتاحة لأداء النشاط .

٣ - يجب عند وضع هذه التقديرات أن يكون واضحا للقائمين بها أنها

لا تمثل التزما بالتنفيذ في ميعاد محدد وإنما هي مجرد
تقديرات لأوقات أداء هذه الأنشطة .

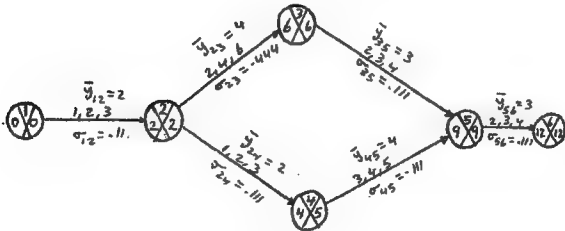
٤ - لا يجب أن تتضمن هذه التقديرات مسوحات لمواجهة أعمال
قليلا ما تحدث والتي يصعب النظر إليها على أنها متغيرات
عشوائية مثل حدوث حرائق هائلة أو فياضانات أو حروب
..... الخ .

٥ - على العكس يجب أن تتضمن التقديرات مسوحات لمواجهة
الأحداث الممكن اعتبارها متغيرات عشوائية كالتغيرات في
الطقس الخ .

٢/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في وقت محدد :

Probability of Meeting a Scheduled Date:

يمكن توضيح ذلك بالنال التالي :



شكل (١٤/١)

$$\bar{y}_{12} = \frac{1+4 \times 2+3}{6} = 2 \quad \sigma_{12}^2 = \left(-\frac{3-1}{6}\right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{23} = \frac{2+4 \times 4+6}{6} = 4 \quad \sigma_{23}^2 = \left(\frac{6-2}{6}\right)^2 = .444$$

$$\bar{y}_{2u} = \frac{1+4 \times 2+3}{6} = 2 \quad \sigma_{24}^2 = \left(-\frac{3-1}{6}\right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{35} = \frac{2+4 \times 3+4}{6} = 3 \quad \sigma_{35}^2 = \left(\frac{4-2}{6}\right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{45} = \frac{2+4 \times 4+5}{6} = 4 \quad \sigma_{45}^2 = \left(\frac{5-3}{6}\right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{56} = \frac{2+4 \times 3+4}{6} = 3 \quad \sigma_{56}^2 = \left(\frac{4-2}{6}\right)^2 = .111$$

يتم تحديد σ_n و g_n كما يلي :

(١) يتم تحديد الوقت المتوسط لأداء كل نشاط .

(٢) يتم تحديد السار الحرج π_c ليكون هو 1-2-3-5-6

(٣) يكون المتغير العشوائي T_n المعبر عن تحقق حدث النهاية

بمثابة مجموع المتغيرات العشوائية الخاصة بأوقات الأنشطة

الحرجه أى أن :

$$T_n = T_{12} + T_{23} + T_{35} + T_{56}$$

وبأخذ المتغير T_n شكل التوزيع المعتدل، ويكون متوسطه

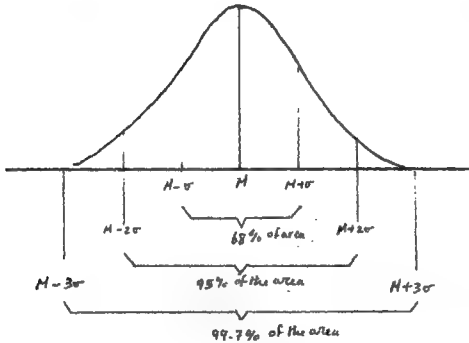
وتباينه كما يلي

$$g_n = \sum_{u \in \pi_c} y_u = 2+4 + 3 + 3 = 12$$

$$\sigma_n^2 = \sum_{u \in \pi_c} \sigma_u^2 = .111+.444+.111+.111 = .777$$

$$\Rightarrow \sigma_n = \sqrt{.777} = .881$$

ونشير هنا الى أن معالم التغير T_n الخاص بوقت المشروع والذي يخضع للتوزيع المعتدل تتحدد تماما بمعرفة كل من المتوسط والتباين
اذ أن منحنى التوزيع المعتدل كما هو معروف يأخذ الشكل التالي :



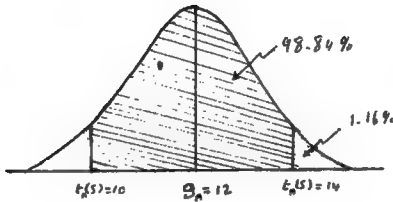
شكل (١٥/١)

٣/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بإمكانية تنفيذ المشروع قبل الميعاد المحدد:

The probability of Meeting an Arbitrary Scheduled Date:

فاذا كان المطلوب في المثال السابق هو حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في حدود ١٤ يوما كان معنى ذلك أن المطلوب :

$$\begin{aligned} \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 14 \} &= \Phi \left\{ \frac{t_n(5) - \mu_n}{\sigma_n} \right\} \\ &= \Phi \left\{ \frac{14 - 12}{.881} \right\} \\ &= \Phi(2.270) = .98840 = 98.84 \% \end{aligned}$$



شكل (١٦/١)

أى أن الوقت المتوقع لالتهاء من تنفيذ المشروع السابق هو ١٢ يوما وأن الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع فى مدة أقصاها ١٤ يوما هو ٩٨.٨٤ %

وتشير هنا أن احتمال أن يأخذ المشروع مدة أكبر من ١٤ يوما هو ١.١٦ % وهذا الاحتمال هو نفس الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع فى مدة أقصاها ١٠ أيام • ويرجع ذلك الى تائل المنحنى المعتدل •

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 10 \} &= \Phi \left\{ \frac{10 - 12}{\frac{1}{.881}} \right\} \text{ إذ أن} \\
 &= \Phi (- 2.270) \\
 &= 1 - \Phi(2.270) \\
 &= 1 - .9884 = .116 = 1.16\%
 \end{aligned}$$

يزداد الاحتمال الخاص بإمكانية التنفيذ كلما قلت قيمة σ وعلى العكس يقل الاحتمال كلما زادت قيمة σ والتي تعكس مدى التشتت في الأوقات الخاصة بالتنفيذ ، ففي المثال السابق إذا كانت $\sigma^2 = 2.735$ أي أن $\sigma = 1.654$ فإن الاحتمال الخاص بالتنفيذ في حدود ١٤ يوما يقل كما يلي :

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 14 \} &= \Phi \left\{ \frac{14 - 12}{1.654} \right\} = \\
 \Phi(1.2) &= 89 \%
 \end{aligned}$$

ويكون الاحتمال الخاص بالتنفيذ في حدود ١٠ أيام كما يلي :-

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 10 \} &= \Phi \left\{ \frac{10 - 12}{1.654} \right\} = \\
 \Phi \{- 1.2 \} &= 1 - \Phi \{ 1.2 \} = 11\%
 \end{aligned}$$

وقد يثار السؤال بطريقة أخرى وهو تحديد الحد الأقصى للوقت اللازم لتنفيذ المشروع والذي يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة معينة . كأن يكون السؤال في المثال السابق ، ما هو الحد الأقصى الممكن للمشروع التفاوض على إمكانية تنفيذ المشروع في حدوده بالشكل السدي يزيد احتمال تحقق ذلك الى 95% أي المطلوب تحديد $t_n(5)$ بحيث أن :

$$\Pr \{ T_n \leq t_n(5) \} \geq 95 \%$$

وتكون $t_n(s)$ عند $\sigma = 1.654$ كما يلي :

$$\Phi\left\{\frac{t_n(s)-12}{1.654}\right\} = \Phi\{1.65\}$$

وهنا نلاحظ $\{1.65\}$ هي المقابلة لاحتمال

$$\Rightarrow \frac{t_n(s)-12}{1.654} = 1.65$$

$$\therefore t_n(s) = 1.65 \times 1.654 + 12 = 14.7$$

٤/٦ الاحتمال الخاص بتنفيذ جانب معين من المشروع في وقت محدد :

The Probability of Meeting an Arbitrary Scheduled Date of Subnetwork :

قد تهتم ادارة المشروع بجزء معين من شبكة الأعمال له بداية ونهاية محددة داخل الشبكة الكلية للمشروع. فهنا يكون الاحتمال الخاص بتنفيذ هذا الجزء في وقت محدد هو احتمال مشروط Conditional Probability بأن الاحداث السابقة على حدث البداية قد تمت في المواعيد السابق تحديدها بالنسبة لها أى أننا نفترض أن التباين الخاص بالأحداث السابقة بأنها = صفر.

٥/٦ بعض الملاحظات الخاصة عند حساب الاحتمالات :

Some Probabilistic Considerations :

لقد لاحظنا فيما سبق أن هناك العديد من الافتراضات والتي يمكن في ضوءها الوصول الى النتائج السابقة. ويتار السؤال هنا حول مدى صلاحية Validity - هذه الافتراضات كأساسا لبناء

النموذج • إذ أن النظرة الفاحصة تبين الحاجة الى ضرورة ادخال تعديلات جوهرية حتى يمكن قبول النموذج كأساس على للتعبير عن هذا النوع من المشاكل • إذ أن نموذج PERT بشكله الحالي عرضه للكثير من الانتقادات التي يمكن أن نورد هنا فسيما يلي :

(١) لاشك أن الافتراض الخاص بأن توزيع الأوقات يخضع لتوزيع بيتا (Beta DF) هو افتراض مقبول وصالح في كثير من الأحيان • الا أن هناك ولاشك بعض الحالات التي يكون فيها منطقيا أيضا افتراض توزيع آخر للوقت الخاص ببعض الأنشطة • فقد تمثل القيم a, b على سبيل المثال الحد الأدنى والأعلى الذي يمكن أن يأخذه وقت التنفيذ • وأن الاحتمال الخاص الذي يأخذه أي وقت للتنفيذ ما بين a, b هو احتمال متساوي. ففي هذه الحالة يكون التوزيع الاحتمالي الأكثر ملاءمة لهذه الحالة هو التوزيع المتساوي Uniform PDF على السافة المغلقة من الجانبين $[a, b]$ •

(٢) قد لا تتوافر الخبرة الكافية للأفراد الذين يقومون بوضع التقديرات الخاصة بالقيم a, b, m كما قد تختلف هذه التقديرات ونقاسا لشخصية القائم بالتقدير فيكون البعض محافظا والبعض الآخر متساهلا في وضع هذه التقديرات • كما أنه عادة ما تكون هذه التقديرات متحيزة للقيم التي يشعر واضح التقدير أنها تتفوق وتقديرات بعض كبار المسؤولين في المشروع •

(٣) اللجوء الى التبسيط في تقدير المتوسط والتباين الخاص بوقت كل نشاط إذ يفترض أن المتوسط
$$\frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\left(\frac{b-a}{6} \right)^2 = 0 \text{ والتباين}$$

٤) اننا افترضنا أن المسار الحرج هو المسار الوحيد الذى يتحكم فى وقت المشروع مهملين بذلك الأوقات الخاصة بالمسارات الأخرى ، فإذا كان هناك عدة مسارات من نقطة البداية حتى نقطة النهاية ولتكن $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r$ وبالتالى فإن T_n يكون فى حقيقة الأمر كما يلى :

$$T_n = \max_j \{ T(\pi_j) \}$$

ويترتب على هذه النقطة مجموعة الحقائق التالية :

١/٤ : اننا افترضنا استقلالية هذه المسارات الأمر الذى ليس صحيحا خاصة إذا ما كانت هناك بعض الأنشطة المشتركة على أكثر من مسار .

٢/٤ : وحتى بغرض تحقيق الاستقلالية لكل مسار عن المسارات الأخرى ولكل نشاط داخل المسار الواحد عن الأنشطة الأخرى بحيث أمكن اعتبار أن التوزيع الخاص بالوقت الخاص بكل مسار هو التوزيع المعتدل ، فإن التوزيع الخاص بوقت تنفيذ المشروع ككل T_n لا يمكن اعتباره انه توزيع معتدل اذ أن التفسير الذى يأخذ القيمة القصوى لقيم عدة متغيرات لها شكل التوزيع المعتدل لا يكون هو نفسه توزيعا معتدلا .

اذ يكون التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو حاصل ضرب التوزيعات الاحتمالية المعتدلة للمسارات المختلفة ولا يشترط بالضرورة أن يكون

توزيع T بذلك توزيعاً معتدلاً ، أى أن :

$$\begin{aligned} Pr\{T \leq T\} &= Pr\{\max (T(\pi_1), T(\pi_2), \dots, T(\pi_r) \leq T\} \\ &= Pr\{T(\pi_1) \leq T, T(\pi_2) \leq T, \dots, T(\pi_r) \leq T\} \\ &= \prod_{k=1}^r Pr\{T(\pi_k) \leq T\} \end{aligned}$$

٣/٤ : وحتى إذا افترضنا أن التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو توزيع معتدل فإن الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع سوف يكون دائماً متفائلاً ويزداد ذلك بصفة خاصة كلما زادت عدد المسارات المتوازية التى تلتقى عند حدوث النهاية ، كما أن التباين المحسوب سوف يكون متحيزاً أيضاً ولكن قد يكون هذا التحيز اما بالزيادة أو بالنقص .

٥ - : كما يتوقف درجة الخطأ وفقاً للشكل الخاص بشبكة الأعمال فى حالة وجود مسار خاص أطول يشكّل كبير من باقى المسارات فى شبكة الاعمال فهنا تقترب طريقة PERT من الدقة ويكون الخطأ المتوقع فقط على مستوى التقديرات الخاصة بالأنشطة .

ولكن فى حالة وجود أكثر من مسار وكان الوقت المتوقع لهذه المسارات متقارباً فإن الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع وتباينه يكون مرتبطاً فقط بأكثر المسارات طولاً وذلك رغم تأثره بشكل كبير بالمتوسط والتباين الخاص بكل من المسارات الأخرى التى تقترب فى متوسطها من المسار الحرج .

الا أن تأثير هذه المسارات على المسار الحرج يقل في حالة اشتراك هذه المسارات مع المسار الحرج في عدة أنشطة .

ولذا يتطلب الأمر لبناء نموذج احتمالي دقيق لشبكة الأعمال ضرورة أخذ هذه النقاط في الحسبان الأمر الذي يجعلها مختلفة تماما عن نموذج PERT وهذا ما حدانا الى القول في مقدمة هذه المذكرات الى ضرورة التفرقة بين النماذج ذات الأوقات المؤكدة والأوقات الاحتمالية Deterministic Activity Network Vs Probabilistic Activity Network وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة .

٦/٦ مثال يوضح الاجابة على بعض الأسئلة التي تهم المدير المسئول عن المشروع :

نفرض أن هناك تسعة أنشطة حرجه ، يمثل الوقت اللازم لتنفيذها المسار الحرج لمشروع ما وكان المتوسط الخاص بتنفيذ هذه الأنشطة هو 7.05 يوما والتباين 47. بغرض استقلالية أداء هذه الأنشطة ونظرا لأن عدد الأنشطة الحرجه < 4 وأن النشاط الحرج أطول من باقي المسارات الأخرى بشكل واضح فإنه يمكن تطبيق نظرية CLT وبالتالي يمكن الاجابة على التساؤلات التالية :

١ - ما هو الوقت المتوسط لأداء هذا المشروع $T_n(5)$ (المسار الحرج) الذي يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة 90% على الأقل .

أي المطلوب تحديد $t_n(5)$ التي يكون عندها التنفيذ $\leq 90\%$.

$$1.e \Pr \{T_n \leq t_n(s)\} \geq 90 \%$$

$$\longrightarrow \Phi \left\{ \frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right\} = \Phi \quad (1.28)$$

$$\longrightarrow t_n(s) - 7.05 = .47 \times 1.28$$

$$t_n(s) = 7.05 + .47 \times 1.28 = 7.65 \text{ days.}$$

(٧) ما هو الاحتمال الخاص بإمكانية تنفيذ المشروع بعد أقصى 7 يوم

$$P_r \{T_n \leq t_n(s)=7\} = \Phi \left\{ \frac{7 - 7.05}{.47} \right\} = (\dots 1.06)$$

$$= 1 - \Phi (1.06)$$

$$= 1 - 5636 = .4364$$

$$= 43.64 \%$$

وإذا أريد رفع احتمال التنفيذ في ٧ أيام الى 90 % كان معنى ذلك أنه يجب تخفيض المتوسط عن 7.05 وذلك عن طريق ادخال بعض التغييرات التكنولوجية في أداء بعض الأنشطة وتكون قيمة g_n اللازمة لتحقيق ذلك كما يلي :

$$P_r \{T_n \leq t_n(s)=7\} \geq 90 \%$$

$$\Phi \left(\frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right) = \Phi (1.28)$$

$$1.e \quad \frac{7 - g_n}{.47} = 1.28 \quad g_n = 7 - .47 \times 1.28$$

$$1.e \quad g_n = 7 - .60 = 6.40$$

أي يجب ادخال تعديلات جوهرية على أداء بعض الأنشطة

بحيث يكون متوسط الوقت اللازم لأداء الأنشطة 6.40 وليس 7.05

بتخفيض قدره 65 % . ويمكن الوصول الى النتائج المرجوة أيضا

عن طريق التأثير في قيمة التباين والتالى الانحراف المعيارى لهذه الأنشطة أو مزيج من التأثير على كل من المتوسط والتباين الخاص بهذه الأنشطة .

٧/٦ تحديد المسار الحرج بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات :

A Flow- network Interpretation For the Determination of the GP :

لاحتوى شبكات الأعمال على أى تدفقات من نوع ما ، فهي عبارة عن مجموع من الأنشطة والأعمال اللازمة لتحقيق أحداث معينة . الا أنه ولأغراض حساب المسار الحرج GP فانه يمكن النظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات والتي يتم فيها مرور وحدة ما ابتداء من حدث البداية (١) لتنتهى عند حدث النهاية (n) وبالتالى تنظر الى الوقت t_j على أنه الوقت اللازم لنقل هذه الوحدة من الحدث (1) الى الحدث (j) أو يمكن النظر الى t_j على أنها مقدار المنفعة Utility المحققة لنقل الوحدة من الحدث (1) الى الحدث (j) ، ويكون تحديد المسار الحرج بذلك هو المسار صاحب أكبر وقت لنقل هذه الوحدة من الحدث (١) الى الحدث (n) أو هو المسار صاحب أكبر منفعة (maximum Utility)

وتحقق هذه النظرة مجموعة من المزايا نورد ها فيما يلى :

١ - امكن التعبير عن المشكلة الخاصة بتحديد المسار الحرج كمشكلة

برمجة خطية الأمر الذى أدى الى الوجود الفورى لطريقة حـسـل

تتأهية Immediate Dual Algorithm .

٢ - أن جميع النظريات الخاصة بالبرمجة الخطية وشبكات التدفقات تكون متاحة للإجابة على الاسئلة المختلفة كذلك الخاصة بتحليل الحساسية. ويزيد من أهمية ذلك أن هذه النظريات مبنية على أرض صلبة ولها نتائج باهرة.

٣ - أن هذا النموذج يحدد خلا لنماذج أخرى احتمالية أكثر تعقيدا.

فاذا نظرنا الى الوحدة المارة من الحدث (i) في الاتجاه الى الحدث (j) $x_{ij} \geq 0$ وكانت المنفعة المحققة هي y_{ij} فان نموذج البرمجة الخطية يكون كما يلي :

$$\max \sum_{(i,j) \in A} y_{ij} x_{ij}$$

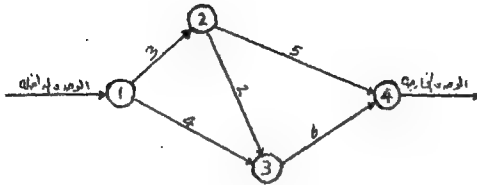
$$s.t. \sum_{i \in Q(i)} x_{i1} = 1$$

$$-\sum_{i \in Q(i)} x_{ij} + \sum_{k \in Q(i)} x_{jk} = 0 \quad j=2,3,\dots,n-1$$

$$-\sum_{i \in Q(n)} x_{in} = -1$$

$$x_{ij} \geq 0$$

ويمكن توضيح ذلك بمثال كما يلي :



شكل (١٧/١)

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_{12} + 4x_{13} + 2x_{23} + 5x_{24} + 6x_{34} \\
 \text{s.t.} \quad & x_{12} + x_{13} = 1 \\
 & -x_{12} + x_{23} = 0 \\
 & -x_{13} - x_{23} + x_{34} = 0 \\
 & -x_{24} - x_{34} = 1 \\
 & x_{ij} \geq 0
 \end{aligned}$$

وهنا نلاحظ أن مجموعة الـ x_{ij} التي تحقق المعادلات السابقة إما أن تأخذ القيم صفراً أو تأخذ القيم واحد صحيح وذلك على المسار الذي يحمل الوحدة البارة من النبع إلى المصرف. وبالتالي فإن دالة الهدف التي تهدف إلى تعظيم منفعة الوحدة البارة أي تحديد أطول

سار تؤدي بالتالى الى تحديد المسار الحرج .

ويكون النموذج الثانى للمسألة السابقة كما يلى :

$$\begin{array}{llll}
 \min & W_1 - W_4 & & \\
 \text{S.t} & W_1 - W_2 & \geq 3 & X_{12} \\
 & W_1 - W_3 & \geq 4 & X_{13} \\
 & W_2 - W_3 & \geq 2 & X_{23} \\
 & W_2 - W_4 & \geq 5 & X_{24} \\
 & W_3 - W_4 & \geq 6 & X_{25}
 \end{array}$$

W_i 's unrestricted in sign

ويمكن التعبير عن النموذج الخاص بالمسألة الثنائية فى شكله العام

كما يلى :

$$\begin{array}{ll}
 \min & Z = W_1 - W_n \\
 & W_i - W_j \geq y_{ij} \quad \forall (ij) \in A
 \end{array}$$

W_i 's unrestricted in sign

وبلاحظ هنا انما الوصول فوراً الى الحل الامثل للمسألة الثنائية
اذ تحتوى كل متباينة على متغيرين فقط وبالتالى فان أقل قيمة لدالة
الهدف يمكن أن تتحقق بغرض أى قيمة لـ W_1 أو W_n ثم تحديد

بأقوى القيم في ضوء هذه القيمة المختارة إذ أن العبارة هنا في تحديد الفرق بين w_1 و w_n وجعله أقل ما يمكن وبالتالي فإن تحديد قيمة ما w_1^L سوف يؤدي إلى أن تأخذ w_n قيمة أخرى محددة بحيث يكون $w_1 - w_n$ أقل ما يمكن. فإذا افترضنا أن $w_1 = 0$ فإنه يمكن كتابة المسألة التالية كما يلي :

$$\begin{aligned} \min \quad & -w_4 \\ \text{s.t.} \quad & w_2 \leq w_1 - 3 \\ & w_3 \leq w_1 - 4 \\ & w_3 \leq w_2 - 2 \\ & w_4 \leq w_2 - 5 \\ & w_4 \leq w_3 - 6 \end{aligned}$$

يتمين لنا أن تقليل قيمة دالة الهدف معناه زيادة القيمة المطلقة لـ w_4 إلا أنه من القيود يتمين أن الحد الأقصى للقيمة التي يأخذها المتغير w_4 تتوقف على الحد الأقصى للقيمة التي يأخذها المتغير w_3 و w_2 وهذه الأخيرة تتوقف على قيمة w_1 . وحيث أننا افترضنا $w_1 = 0$ إذا الحد الأقصى لقيمة w_2 هي -3 وتكون بذلك القيمة القصوى لـ w_3 هي -5 وبالتالي فإن أقصى قيمة لـ w_4 هي -11 - حيث أن $w_4 \leq -8$ و $w_4 \leq -11$ (

وبالتالى يكون الحل الأمثل بفرض أن $W_1^* = 0$ كما يلى :

$$W_1^* = 0 \quad W_2^* = -3, \quad W_3^* = -5 \quad W_4^* = -11, \quad Z = 11$$

ونلاحظ هنا تحقق القيد الاول والثالث والأخير فى شكل متساوية

على عكس القيد الثانى والرابع وبالتالى فإن $X_{13}^*, X_{24}^* = 0$ ونفسا

للنظرية الثنائية ، بينما يمكن للمتغيرات الأخرى X_{12}, X_{23}, X_{25}

أن تأخذ قيم لا تساوى صفراً تأخذ القيمة واحد صحيح فى هذه الحالة

(المتغيرات X_{12}, X_{23}, X_{25} تأخذ القيم صفراً أو واحد فقط) والرجوع الى المسألة

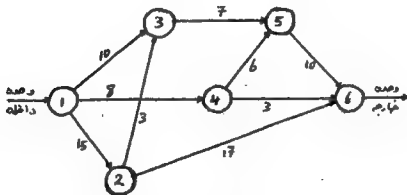
الأصلية Primal تصل الى الحل الأمثل والذي يتمثل فى

$$X_{12}^* = 1, \quad X_{13}^* = 0, \quad X_{23}^* = 1, \quad X_{24}^* = 0$$

$$X_{34}^* = 1, \quad Z = 11$$

مثال : أوجد المسار الحرج باستخدام البرمجة الخطية والنظرية الثنائية

لشبكة الأعمال التالية :



شكل (١٨/١)

١ - اذا أعطيت مجموعة من الأنشطة بينها علاقات تابعة كما يلي :

الأنشطة السابقة مباشرة له	النشاط
-	A
-	B
-	C
-	D
B, C, D	E
A, B, C, D	F
A, B, C, D	G
F, G, I	H
A, B, C, D	I
O, E, N	J
B, C, D	K
K	L
B, C, D	M
B, C, D	N
A, B, C, D	O

فالمطلوب : رسم شبكة الاعمال التي تعبر عن هذه الأنشطة على أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة وشرط استخدام الأنشطة الزمنية في أقل نطاق ممكن .

٢ - اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التتابعية بينها
كما يلي :

الانشطة السابقة اللازمة لبدأ النشاط	النشاط
-	A
A	B
A	F
A	H
B	C
B	D
C	E
F	G
F	I
H	J
I, J	K
G, D , E	L
K	M
L , M	N

فالمطلوب : التعبير عن هذه الانشطة في شكل شبكة أعمال مع
استخدام الانشطة الوهمية في أقل نطاق ممكن .

٣- اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التتابعية بينها

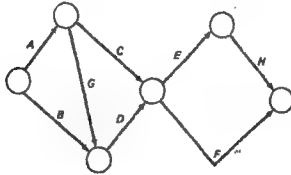
كما يلي :

الانشطة السابقة واللازمة لبدء النشاط

النشاط

-	A
-	B
A	C
B , G	D
C , D	E
D	F
A	G
E	H

فاذا تم التعبير عنها بطريقة غير سليمة كما في الشكل التالي :



فالمطلوب تصحيح هذا الشكل عن طريق استخدام نشاط وهمي

واحد فقط.

٤- اذا اضيف النشاط 7 - 5 الى مجموعة الانشطة الخاصة بشبكة

الاعمال (١١/١) وكان الوقت اللازم لاداء هذا النشاط هو يوم واحد فقط

هل سوف تؤدي هذه الاضافة الى تغيير الاوقات الخاصة ببداية ونهاية كل نشاط أم ستظل هذه الاوقات على ما هي عليه ؟

٥ - اذا كانت تقارب سير العمل لشبكة الاعمال (١١ / ١) عن نهاية اليوم الخامس لبدأ المشروع تبين ما يلي :

النشاط	وقت البداية	وقت النهاية	ملاحظات
1- 0	1	3	-
2- 1	5	-	-
3- 0	0	2	-
4- 3	3	-	-
7- 3	2	-	-
6- 0	5	-	-
8- 5	-	-	يتوقع أن يزيد وقت تنفيذ النشاط عما هو مقدراً بـ أربعة أيام

أ - ما هو وقف تنفيذ المشروع الحالي وما مدى إمكانية الانتهاء من المشروع في الميعاد السابق تحديده وهو ١٥ يوما ؟

ب - ما هي الأنشطة التي يجب الاسراع في تنفيذها لتعويض التأخير الحادث في تنفيذ المشروع ؟

الفصل الثانى

جدولة أنشطة شبكات الأعمال - النماذج الرئيسية

Scheduling The Activities of A Network Basic Scheduling Models

١ - مقدمة :

لقد بينا فى الفصل السابق إمكانية التعبير عن الشروط فى شكل شبكة أعمال ، ثم بينا كيفية تحديد الأوقات المبكرة والتأخرة لكل حدث وذلك فى حالة معرفة الأوقات الخاصة بكل نشاط . وفى ضوء هذه البدايات المبكرة والتأخرة للأحداث أمكن تحديد الفائص المتاح لكل نشاط .

ولقد افترضنا فى هذا الفصل السابق أن الموارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة موارد متاحة بكميات كبيرة وبالتالى يمكن تجاهل الأثر الخاص بحدى توافر هذه الموارد عند جدولة أنشطة المشروع . وفى هذا الفصل سوف ندرس أثر وجود الموارد بكميات محدودة على جدولة أنشطة المشروع إذ فى ظل هذه الموارد المحدودة سوف تزداد الأمور تعقيدا بطبيعة الحال فقد كان هناك على سبيل المثال مفهوم واضح وبسيط وحدد لأنواع الفائص المتاح لكل نشاط فالفاصل الاجمالى للنشاط

$$S_{ij}^{(1)} = t_j(L) - t_i(E) - y_{ij}(i,j) \quad \text{يتم تحديده بطريقة وحيدة وذلك}$$

كنتيجة طبيعية لوجود قيم واحدة ومحددة لكل من $t_j(L)$ ، $t_i(E)$ ،
الا أن الأمر سوف يختلف فى ظل وجود موارد محدودة فلا يتوقف تحقق

الأحداث على أوقات الأنشطة فقط بل أيضا على مدى توافر الموارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة . كذلك الحال بالنسبة لتحديد المسار الحرج والذي سوف يتأثر بالتأجيل الذي سوف يحدث في تنفيذ بعض الأنشطة بسبب عدم توافر الموارد اللازمة . ولا شك أن التقدم التكنولوجي الهائل الذي أدى الى توافر موارد ذات تكلفة عالية وبالتالي ضرورة أخذها في الحسبان عند جدولة أنشطة المشروع بالإضافة الى تنسوع الخبرات الفردية المطلوبة لأداء أنشطة المشروعات المختلفة قد أدى الى الاهتمام بهذه المشكلة والتي أصبحت تعطل باهتمام يفوق الاهتمام التقليدي بكل من PERT & CPM .

٢ - الجهود الخاصة بإيجاد حلول مثل لهذا النوع من المشاكل :

لقد أدى تعدد الموارد اللازم أخذها في الحسبان عند جدولة أنشطة هذه المشروعات بالإضافة الى صعوبة التعبير عن هذه المشكلة في شكل نماذج رياضية الى عدم إمكانية تطوير حلول مثلى . اذ تطلبت الجهود المبذولة حتى الآن في التعبير عن المشكلة في شكل نماذج خطية ذات أعداد صحيحة Integer Linear (ILP) Programming models وهو الأمر الذي يصعب معه

ويعتبر في حالة استخدام الحاسبات الآلية الوصول الى الحل الأمثل . وقد أدى ذلك الى قيام كثير من الكتاب باقتراح عدة قواعد منطقية لحل المشكلة heuristics والتي تمكن من الوصول الى حلول مرضية كثيرا ما تقترب من الحلول المثلى وذلك دون بذل جهد كبير في سهل الوصول الى ذلك . ونشير هنا الا أنه لا يمكن تبني مجموعة قواعد معينة تصلح لحل أى مشكلة ، اذ أن مجموعة القواعد heuristic

التي تتفوق في حل مشكلة معينة قد لا تحقق نفس التفوق في حل مشكلة أخرى . وعموماً يمكن تصنيف مثل هذا النوع من المشاكل فسي مجموعات متشابهة وذلك في ضوء الهدف الأساسي المراد تحقيقه من وراء كل مشكلة . فإذا كان المتاح من كل مورد محدود العدد أو الكمية . فهل سوف يؤدي ذلك إلى زيادة وقت المشروع ؟ وإذا كان الأمر كذلك فما هو الحد الأدنى للوقت اللازم لتنفيذ المشروع ؟ أما إذا كان من الممكن زيادة العدد أو الكمية المتاحة من كل مورد فقد يكون الحوال المطروح خاص بتحديد الكمية التي بغضل للمشروع الاستعانة بها، وكذا قد تحتاج الإدارة إلى تحديد الأوقات المختلفة المتوقعة لتنفيذ المشروع في ظل توافر مستويات مختلفة من الموارد حتى يتم في ضوء ذلك تحديد المستوى الأمثل لهذه الموارد أخذاً في الحسبان تكلفة توفير هذه الموارد من ناحية والمائد الممكن تحقيقه من وراء تنفيذ المشروع في مواعيد محددة من ناحية أخرى .

٣ - وصف طبيعة المشاكل الرئيسية والخاصة بجدولة الأنشطة :

Description of Basic Scheduling Problems

قبل تقسيم هذه المشاكل إلى مجموعات متشابهة نود أن نفسير إلى أن هناك مجموعة من الافتراضات التي نفترض توافرها بصفة عامة والتي نورد ها فيما يلي :

- ١ - أن لكل مشروع وقت بداية ونهاية محددة .
- ٢ - أن هناك تتابع منطقي لأداء أنشطة المشروع كما هو معدد بعبكة الأعمال .

٤ - أن حاجة كل نشاط من هذه الموارد ثابتة ومحددة مقدما •

وفي ضوء هذه الافتراضات العامة فإنه يمكن تقسيم المشاكل الخاصة بجدولة الأنشطة الى ثلاث مجموعات رئيسية هي :

- ١ - حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة •
- ٢ - حالة تمييز مستوى الموارد المطلوبه بفرض أنها متاحة بكميات غير محدودة •
- ٣ - الحالة الخاصة بالتخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد •

وفيما يلي سوف نبين مجموعة القواعد المنطقية heuristics اللازمة لحل كل مجموعة •

١ / ٣ - حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة :

Limited Resource Allocation :

هذه الحالة هي الأكثر انتشارا، وتظهر عندما يكون هناك حدود قصوى للكميات المتاحة من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع • ويمثل الهدف في هذه الحالة في تقليل وقت تنفيذ المشروع والتالى محاولة الالتزام بالمواعيد المحددة قدر الامكان وذلك في ظل القيود الخاصة بالكميات المحدودة من الموارد المتاحة •

٢/٣ : تعهد المستوى المطلوب من كل مورد بفرض أنه متاح بكميات
غير محدودة :

Unlimited Resource Leveling

في هذه النوع من المشاكل يمكن لإدارة المشروع توفير أى كمية من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في وقت معين وذلك كما هو الحال في معظم مشروعات المقاولات. ويمثل الهدف الذى نسعى الى تحقيقه في هذه الحالة في تخفيض تكلفة استخدام هذه الموارد وذلك عن طريق تحديد المستوى الأمثل اللازم استخدامه من كل مورد حتى نتفادى عمليات تجبيع هذه الموارد ثم الاستغناء عنها عدة مرات أثناء تنفيذ المشروع والتي كثيرا ماتحمل المشروع نفقات كبيرة ولذا فيتم جدولة الأنشطة بالشكل الذى يسمح بتخفيض التكلفة من خلال محاولة تحقيق الثبات النسبي Leveling في المستوى المطلوب من كل مورد في خلال فترة تنفيذ المشروع مع احتمال السماح بتحقيق التراكبات build up اللازمة مرة واحدة في بداية المشروع للوصول الى هذه المستوى الثابت، وكذا tapering off من بعض أو كل هذه الموارد في نهاية حياة المشروع.

٣/٣ التخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد :

Long Range Resource Planning:

اذ قد تسعى الادارة الى التعديل في كل من الموارد المتاحة من ناحية او العدد اللازمة لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى حتى يمكن الوصول الى التوليفة المثلى التى تقلل التكلفة الخاصة بالابقاء على

مستوى معين من الموارد وكذا التكاليف الثابتة وأيضا تكلفة عدم الالتزام بتنفيذ المشروع في الميعاد المتفق عليه . أى تتضمن هذه المجموعة من المشاكل كيفية العمل على الموازنة بين أهمية عنصر التكلفة والوقت time - Cost trade-off والتي سوف نتناولها بشئ من التفصيل

فى الفصل الثالث من هذه المذكرات .

ويمثل الاتجاه الأساسى فى حل أى من هذه المشاكل السابقة فى ترتيب الأنشطة وفقا لمعيار ما ، فيتم ترتيب وجدولة الأنشطة وفقا لهذا المعيار وذلك بمجرد الانتهاء من الأنشطة السابقة

Predecessors لهذا النشاط وشرط توافر الموارد المطلوبة . ويكون السؤال الهام خاص بمهمية هذا المعيار الذى سوف يتخذ كأساس لترتيب هذه الأنشطة . ورغم تعدد المعايير فى هذا الصدد إلا أن معظم الدراسات التى تمت فى هذا الصدد قد أشارت إلى أهمية إعطاء الأولوية الأولى للأنشطة ذات القافى الأقل ، على أن تعطى الأنشطة صاحبة أقل وقت للتنفيذ الأولوية الثانية أى فى حالة تساوى عدة أنشطة وفقا للمعيار الأول فيتم اختيار أحد هذه الأنشطة وفقا للوقت اللازم للتنفيذ إذ أن اختيار النشاط صاحب أقل وقت للتنفيذ يقلل من وقت الانتظار الخاص بهاقى الأنشطة .

ونشير هنا إلى صعوبة وضع معيار يلى المعيارين السابقين ففى الأهمية إذ أن المعيار الذى يمد ملائما لأحد المشروعات لا يمد ملائما لمشروعات أخرى .

وفىما يلى نبين بعض القواعد المنطقية heuristics -

المستخدمة في حل كل من النوع الاول والثاني والثالث على أن تتناول النوع الأخير في الفصل التالي لهذا الفصل بشئ أكثر تفصيلا .

٤ - القواعد المنطقية الخاصة بتخصيص الموارد المتاحة بكميات محدودة :

تتمثل الفكرة الأساسية لطريقة الحل heuristic فسى جدولة الأنشطة وفقا للترتيب الخاص بها وشرط ضمان الانتهاء من تنفيذ الأنشطة السابقة لها وكذا التأكد من توافر الموارد بالقدر الكاف الذى يسمح بالتنفيذ . ولتحقيق ذلك تم تعريف مجموعتين من الأنشطة • تمثل المجموعة الأولى الأنشطة المسموح بجدولتها (EAS) وتمثل المجموعة الثانية مجموعة الأنشطة ذات بداية مبكرة (ES) Early Start أقل من الزمن الخاص بالجدولة أى أن $ES \leq T$. فعند $T = 1$ يسمح فقط بجدولة الأنشطة ذات البداية المبكرة $ES \leq 1$ وعند $T = 2$ يسمح فقط بالأنشطة ذات البداية المبكرة $ES \leq 2$ وشرط اتمام تنفيذ الأنشطة السابقة عليها . على أن يتم ترتيب الأنشطة داخل هذه المجموعة الثانية وفقا للفاصل الخاص بكل نشاط اذ ترتب الأنشطة ذات الفاصل الأقل أولا ونرى حالة التساوى ترتب الأنشطة داخليا وفقا لوقت التشغيل الخاص بكل نشاط فتوضع الأنشطة صاحبة الوقت الأقل في التشغيل أولا . وتسمى هذه المجموعة الأخيرة التى تحتوى على الترتيب الخاص بالأنشطة بمجموعة ترتيب الأوامر (OSS) Ordered Scheduled et.

ونشير في هذا الصدد أن ترتيب الأنشطة وفقا للفاصل الخاص

بكل نشاط يتطابق تماما مع ترتيب نفس الأنشطة وفقا للوقت المتأخر
لأداء النشاط. ولذا يفضل استخدام هذا الأخير في إجراء الترتيب.
اذ يحتاج الأمر الى تحديث البيانات الخاصة بالفائق كل نشاط
اذ يقل هذا الفائق بالنسبة للأنشطة التي قد يحدث تأخير في بداية
تنفيذها عن البداية المبكرة الخاصة بها وهو الأمر الذي يمكن تفاديه
في حالة الترتيب على حساب البداية المتأخرة للنشاط بدلا من الاعتماد
على الفائق في إجراء هذا الترتيب ويمكن تلخيص خطوات الحل فيما
يلي :

البداية



نحسب البدايات المتقدمة ES والتأخرة LS لكل نشاط من
أنشطة المشروع. ثم نعطي المتغير T المعبر عن الوقت القية واحد
أي أن $T = 1$.



تحدد مجموعة الأنشطة المسوح بجدولتها (EAS) والتي تحتوي
على الأنشطة التي تم جدولة الأنشطة السابقة عليها.



يتم تحديد مجموعة ترتيب الأوامر OSS والتي تتضمن أنشطة نفس
المجموعة (EAS) وشرط أن تكون $ES \leq T$ لكل نشاط وعلى أن ترتب
الأنشطة الوقت المتأخر الأصغر أولا.
وفي حالة تساوي بعض الأنشطة توضع الأنشطة صاحبة الوقت الأقل
في التنفيذ أولا.



يتم جدولة الأنشطة في المجموعة OSS وفقا للترتيب الوارد بهما
ومشروط توافر الموارد اللازمة خلال فترة التنفيذ • وأجراء الجدولة يتم
تعديل كمية الموارد المتاحة وكذا تعديل الأنشطة الداخلة في المجموعة
(EAS)

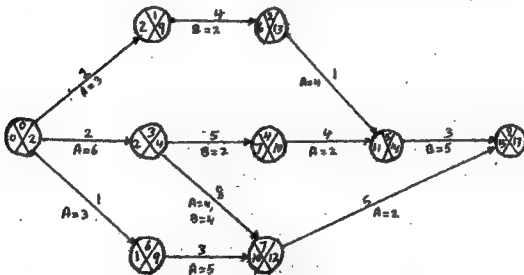


هل تم جدولة كل الأنشطة ؟ أى أصبحت (EAS) خالية

نعم ← توقف $T = T_{old} + 1$ واحسب

البداية المبكرة الجديدة لفردات المجموعة EAS .

وسوف نبين ذلك بالشرح بالنسبة لشبكة الأعمال السابق تقديمها
بالفصل الاول والتي نعيد هنا فيما يلي :



شكل (١/٢)

وذلك مع افتراض وجود موردين A و B وكانت الكمية المطلوبة لكل نشاط من هذين الموردين كما في العمودين 3 و 2 من الجدول التالي ويوضح الجدول أيضا الوقت D اللازم لأداء كل نشاط وكذا الهداية المبكرة ES والتأخرة LS والفائض S الخامس بكل نشاط .

Activity	Resource Req.						Time																							
	A	B	D	ES	S	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0-1	3	—	2	1	5	8			X	X																				
1-2	—	3	4	3	5	8									X	X	X	X												
0-3	6	—	2	1	0	1			X	X																				
2-4	—	2	5	3	1	4			X	X	X	X	X																	
2-5	4	—	1	7	5	12																								
4-6	2	—	4	9	1	0									X	X	X	X												
0-8	5	—	1	1	8	7					X																			
3-7	4	4	8	3	0	3			4A	4A	4A	4A	4A	4A	4A	4A														
6-7	5	—	3	2	6	8																								
3-8	—	5	3	12	1	10											X	X	X											
7-8	2	—	5	11	0	11														X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Level of resource A unassigned							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Level of resource A assigned							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Level of resource B unassigned							5	5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Level of resource B assigned							5	5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

ولتسهيل اجراء العمليات الحسابية يوضع الجدول التالي العمليات الخاصة بجدولة الأنشطة •

$T=1$
EAS: 01 03 06 34 37
ES: 1 1 1
LS: 8 1 7
OSS: 03 01 06
Schedule 03 to (1-2), remove 03
from EAS and add 34 and 37 to EAS

$T=2$
EAS: 01 06 34 37
ES: 2 2 3 3
LS: 8 7 4 3
OSS: 01 06
No activities can be scheduled
on $T=2$

$T=3$
EAS: 01 06 34 37 45 12
ES: 3 3 3 3
LS: 8 7 4 3
OSS: 37 34 01 06
Schedule 37 to (3-10), remove 37
from EAS
Schedule 34 to (3-7), remove 34
from EAS and add 45 to EAS
Schedule 01 to (3-4), remove 01
from EAS and add 12 to EAS

$T=4$
EAS: 06 45 12
ES: 4 8 8
LS: 7 9 8
OSS: 06
No activities can be scheduled
on $T=4$

$T=5$
EAS: 06 45 12 67
ES: 5 8 8
LS: 7 9 8

OSS: 06 12
Schedule 06 to (5), remove 06
from EAS and add 67 to EAS

$T=6$
EAS: 45 12 67
ES: 8 8 8
LS: 9 8 8
OSS: 67 12
No activities can be scheduled
on $T=6$

* 67 precedes 12 in OSS because
 $D_{67} < D_{12}$

$T=7$
EAS: 45 12 67
ES: 8 7 7
LS: 9 8 8
OSS: 67 12
No activities can be scheduled on $T=7$

$T=8$
EAS: 45 12 67 25
ES: 8 8 8
LS: 9 8 8
OSS: 67 12 45
Schedule 12 to (8-11), remove 12
from EAS and add 25 to EAS
Schedule 45 to (8-11), remove 45
from EAS
(Note: Resource A is constraining
an activity with zero slack
and is thus causing schedule
to slip.)

$T=9$
EAS: 67 25
ES: 9 12
LS: 8 12
OSS: 67
No activities can be scheduled
on $T=9$

$T=10$
EAS: 67 25
ES: 10 12
LS: 8 12
OSS: 67
No activities can be scheduled
on $T=10$

$T=11$
EAS: 67 25 78
ES: 11 12
LS: 8 12
OSS: 67
Schedule 67 to (11-13), remove 67
from EAS and add 78 to EAS

T=12
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled
on T=12

T=13
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled
on T=13

T=14
EAS: 25 78 58
ES: 14 14
LS: 12 11
OSS: 78 25
Schedule 78 on (14-18), remove 78
from EAS
Schedule 25 on (14), remove 25
from EAS and add 58 to EAS

T=15
EAS: 58
ES: 15
LS: 13
OSS: 58
Schedule 58 on (15-17), remove 58
from EAS

T=16
EAS: Empty—STOP Scheduling
Procedure

جدول (١/٢)

T = 1 :

نبدأ الحساب في الجدول حيث $T=1$ وتحتوى مجموعة الأنشطة
المسمح بجدولتها EAS على الأنشطة 06, 03, 01. كما أن
هذه الأنشطة الثلاثة السابقة أعضاء في مجموعة ترتيب الأواصر OSS
حيث أن $ES \leq 1$ لكل منهم وترتيب هذه الأنشطة في المجموعة OSS
حسب الوقت المتأخر للبداءة IS. نضع النشاط 03 ثم 01
وأخيراً 06. ولما كان الحد الأقصى المتاح من المورد A هو (8)
وحدات والمورد B هو (6) وحدات فإنه يمكن جدولة النشاط
03 فقط في اليوم الأول $T=1$ ولذا تم وضع X أمام هذا النشاط
وتحت اليوم الأول في شكل ٢/٢. وهذا يتم تعديل الكمية غير المخصصة
من المادة الخام A لتصبح وحدتين فقط. ويستمر الوضع كذلك
في اليوم الثاني يتم حذف النشاط 03 وإضافة الأنشطة 34, 37
من وإلى المجموعة EAS.

ونتقل الى $T=2$:

نقوم بتحديث قيم ES بالنسبة للأنشطة داخل EAS لتصبح
(2) على الأقل حيث $T=2$ ويكون ذلك بالنسبة للنشاطين
06, 01 على أن تظل $ES=3$ بالنسبة للأنشطة 37 , 34
وذلك بعد الانتهاء من النشاط 03 .

ونستمر هكذا كما هو موضح بشكل ٢/٢ وجدول ١/٢ حتى يتم
جدولة جميع أنشطة المشروع حيث نجد أن المشروع يحتاج الى ثلاثة
أيام أخرى بعد الميعاد السابق تحديده وهو ١٥ يوم في حالة افتراض
عدم وجود أي قيود على الموارد المتاحة .

وتمثل خطوات الحل السابقة أداء يمكن الاعتماد عليها في حل
الكثير من المشاكل المماثلة . كما أننا نشير هنا الى أن المثال السابق
وان احتوى على مشروع واحد فقط فليس هناك ما يمنع من تطبيق هذه
القواعد في حالة الرغبة في جدولة أنشطة عدة مشروعات يتم تنفيذها
في نفس الوقت معاً ، اذ يكفي في هذه الحالة تحديد البدأية
والنهاية المتقدمة أو المتأخرة الخاصة بكل مشروع حتى يمكن ترتيب
الأنشطة التي يمكن جدولتها أي كان المشروع الخاص بهذا النشاط .

كما أنه يمكن أيضاً تناول عدد كبير من الموارد اللازمة لتنفيذ هذه
الأنشطة وبصفة خاصة بعد التقدم الهائل والملموس والخاص بالحاسبات
الآلية .

٥- قواعد الحل الخاصة بموازاة وتقريب المحتوى المطلوب من الموارد بفرض أن هذه الموارد متاحة بكميات محدودة

Unlimited Resource Leveling:

لا شك أن تغيير المتاح من الموارد بالزيادة أو النقص وفقاً للتغيير في مستوى النشاط يؤدي إلى تحمل المشروع تكاليف كبيرة سواء تلك الخاصة بتدبير هذه الموارد أو تلك الخاصة بالاستغناء عنها . فلا شك أن الاستمرار مثلاً في تعيين أفراد جدد ثم الاستغناء عنهم يحصل المشروع الكثير من التكاليف ولذا فإن السؤال المطروح في هذا الجزء يمثل أساساً في كيفية تحديد الجدولة الزمنية - Scheduling التي تقلل من تكلفة الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع بشرط ألا تزيد مدة التنفيذ عن المدة التي سبق تحديدها بدون أخذ الموارد في الحسبان أي بفرض أنها متاحة بكميات غير محدودة وهي ١٥ يوماً في المثال السابق ص ٦٠ . ويقتضى تخفيض تكلفة الموارد هذه وصيغة خاصة إذا كانت العمالة هي العنصر الأساسي إلى ضرورة تخفيض تكاليف التعيين والاستغناء أي يقتضى الأمر ضرورة تهديد وتقريب المستوى المطلوب من العمالة Leveling حتى يمكن تقليل إجمالي التكاليف .

وقد بين Burgess إمكانية تحقيق هذا التمهيد في المستوى المطلوب من الموارد عن طريق العمل على تقليل مجموع مبيعات الموارد المطلوبة في كل يوم ، إذ أنه وإن تساوى مجموع المطلوب من الموارد خلال مدة المشروع فإن مجموع مبيعات المطلوب من الموارد يقل بدرجة كبيرة كلما علنا على تقريب الكميات المطلوبة وموازتها من يوم إلى

المسوم الآخر خلال مدة المشروع • وقد عبر برجس عن طريقته هذه في شأن خطوات نورد ها فيما يلي :

١/٥ : خطوات برجس للموازاة والتعهد :

Burgess Leveling Procedure :

١ - يتم ترتيب أنشطة المشروع تصاعديا وفقا لحدث النهاية وفسي حالة تساوى حدث النهاية يتم الترتيب تصاعديا وفقا لحدث البداية وذلك مع ضرورة مراعاة العلاقات التتابعية بين الأنشطة بطبيعة الحال • ثم يتم ايضا وضع الوقت الخاص بأداء كل نشاط وكذا وقت البداية المبكرة ES والبداية المتأخرة LS والفائض الكلي S الخاص بكل نشاط وذلك كما فسي الأعدة المبعة الاولى من شكل (٣/٢)

ويلى ذلك جدولة الأنشطة وفقا للبدايات المبكرة • ثم يستم تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة وفقا لهذه الجدولة كما هو واضح في شكل (٣/٢) •

Activity	Resource flow		Time														
	A	B	D	E	S	L	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0-1	3	—	2	1	8	8	X	X									
1-2	—	2	4	3	5	5	X	25	20	30	35						
0-3	8	—	2	1	0	1	BA	X									
3-4	—	2	5	3	1	4		20	20	20	20	X					
3-5	4	—	1	7	8	12					AA						
4-8	2	—	4	8	1	9						2A	2A	2A	2A		
0-9	3	—	1	1	8	7	3A	2A	2A	2A	2A	2A	2A	2A	2A		
3-7	4	4	8	3	0	0		4A	4B	4B	4B	4B	4B	4B	4B		
8-7	8	—	7	2	8	8		X	5A							X	X
5-8	—	5	3	12	1	10										5B	5B
7-8	2	—	9	11	0	11										2A	2A
Level of resource A assigned	14	X	X	X	X	X	X	9	9	4	4	4	4	4	4	2	2
	12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Level of resource B assigned	8	X	X	X	X	X	X	9	9	4	4	4	4	4	4	2	2
	6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

شكل (٣/٧)

- ٢- نبدأ بجدولة النشاط الاخير وذلك بتحريك النشاط بالقدر الذى يسمح بتقليل مجموع سرعات الموارد المطلوبة ، واذ كان هناك أكثر من طريقة لترتيب النشاط وتوذى الى نفس القدر من مجموع سرعات الاحتياجات من الموارد فانه يتم اختيار الترتيب الأكثر تأخيراً للنشاط قدر الامكان حتى يتساح أكبر فائزى سكن للانشطة السابقة على هذا النشاط .
- ٣- نكرر الخطوة السابقة (خطوه "٢") بالنسبة للنشاط السابق على النشاط الأخير .
- ٤- نكرر الخطوة (٣) حتى نصل الى جدولة أول نشاط فى المشروع حيث يتم بذلك اتمام اول دوره لاعادة جدولة الأنشطة بالشكل الذى يسهل استخدام الموارد المتاحة .
- ٥- نكررة دورات اخرى لاعادة الجدولة وذلك بتكرار الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ عدة مرات حتى يتبين لنا عدم امكانية تقليل مجموع سرعات الاحتياجات من الموارد ، مع ملاحظة أن الحركة المسموح بها لاى نشاط هى فى اتجاه اليمين فقط .
- وهنا يمكن تعديل خطوات بيرجس بالسماح بتحريك النشاط الى اليمين أو الى اليسار بالشكل الذى يحقق التقارب فى مستوى الموارد المطلوبة .
- ٦- يمكن تكرار الخطوات السابقة من (١) الى (٥) بمعد اعادة ترتيب الأنشطة بطريقة أخرى بشرط مراعاة العلاقات

- ٧- يتم اختيار أحسن جدولة في ضوء الخطوات السابقة شكل (٤/٢)
- ٨- تدخل التعديلات التي تراها ملائمة على الجدولة المختارة وفقا للخطوة السابقة (خطوة "٧") وذلك لاختلاف العوازل المختلفة التي قد يصعب قياسها كما أنها تؤثر بشكل كبير على كفاءة العمل في المشروع .

[illegible]

شکل (۴/۲)

٢/٥ خطوات الموازنة والتمهيد لويست :

Wiest Leveling Procedure :

- ١ - يتم جدولة الأنشطة وفقاً للبيانات المبكرة ثم يتم وفقاً لهذه الجدولة تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة .
- ٢ - يتم تحديد هدف متحرك (S) Trigger Level يمثل الحد الأقصى المسموح باستخدامه من الموارد والذي نرغب في عدم تخطيه . ويتم تحديد هذا الهدف عن طريق تحديد أقصى احتياج في ضوء جدولة الأنشطة وفقاً لبدائها المبكرة ثم نقسّل هذا الحد الأقصى بنقطة واحدة في كل مرة .
- ٣ - نقوم بإعادة جدولة الأنشطة وفقاً للعلاقات التتابعية الخارجيةها على أن نتوقف في كل مرة يتبين لنا أن الاحتياجات من الموارد في يوم معين سوف تفوق الهدف المتحرك (S) السابق تحديده .
- ٤ - نبحث فيما إذا كان هناك فائض بالنسبة للأنشطة التي تنفذ في هذا اليوم الذي يحتاج إلى موارد تفوق القيمة (S) حتى يتم تحريك بعض هذه الأنشطة ذات الفائض إلى ما بعد هذا اليوم وبالتالي تقليل المطلوب من الموارد في هذا اليوم بما لا يفوق المستوى (S) ودون تأخير تنفيذ المشروع ككل . ويتم ذلك عن طريق ترتيب الأنشطة بشكل تنازلي وفقاً لمقدار الفائض المتاح لكل نشاط ثم يتم اختيار النشاط الذي سيتم

تحريكه بطريقة عشوائية وعلى أن يكون الاحتمال الخاص بتحريكه النشاط الأول أكبر من الثاني وهكذا إذ يتم اختيار النشاط الأول باحتمال $P > 0$ فإذا لم يتم الاختيار يوضع هذا النشاط في أسفل الأنشطة التي يتم الاختيار من بينها ثم يتم اختيار النشاط الثاني بنفس الاحتمال $P > 0$ ويكرسون بذلك الاحتمال الخاص باختيار أى نشاط في هذه المحاولات المتكررة دالة في الاحتمال P وعدد الأنشطة n وبالتالي يكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط رقم 1 فى

$$\text{الترتيب هو } \frac{P(1-P)^{i-1}}{1-(1-P)^n}$$

Activity	1 st Cycle	2 nd Cycle...	(*)
1	P	$(1-P)^n P$	
2	$(1-P)P$	$(1-P)^{n+1} P$	
3	$(1-P)^2 P$	$(1-P)^{n+2} P$	
⋮	⋮	⋮	
n	$(1-P)^{n-1} P$	$(1-P)^{2n-1} P$	

- ٥ - نستمر بعد ذلك في جدولة باقى الأنشطة فاذا ظهر أن الموارد المطلوبة في أحد الايام تفوق القيمة (S) يتم تطبيق الخطسوة السابقة والخاصة بتحريك بعض الأنشطة فيما بعد هذا اليوم وبالشكل الذى يقلل من الموارد المطلوبة الى ما دون الحد (S)
- ٦ - نكرر خطوات الحل السابقة عدة مرات اذ سوف تختلف النتائج في

$$\begin{aligned} \text{Prob. of 1st activity} &= P(1-P)^0 + P(1-P)^1 + \\ &P(1-P)^2 + \dots \\ &= \frac{P(1-P)^0}{1-(1-P)^1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob. of 2nd activity} &= P(1-P)^1 + P(1-P)^2 + \\ &\dots = \frac{P(1-P)^1}{1-(1-P)^2} \end{aligned}$$

$$\text{Prob. of 1th activity} = \frac{P(1-P)^{i-1}}{1-(1-P)^i}$$

كل مرة عن المرة السابقة وذلك باختلاف الأنشطة التي يقسم عليها الاختيار إذ لا يتم اختيار نشاط معين بطريقة تحكمية وإنما يتم الاختيار بطريقة عشوائية وفقاً لاحتمال الموضوع . ويتم مقارنة النتائج التي تحصل عليها في كل مرة وذلك لتحديد أحسن طريقة لجدولة هذه الأنشطة .

وفيما يلي بيان الجدولة الزمنية للأنشطة الخاصة بالمثال السابق وذلك باتباع طريقة ويست Wiest في الحقل
شكل (٧ / ٥) .

Activity	Resource Req.		ES	S	LS	Time														
	A	B	D			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0-1	3	2	1	5	6	3A														
1-2	2	4	3	5	8															
0-3	6	2	1	0	4	6A														
3-4	2	3	1	5	12															
2-5	4	1	6	1	9															
4-5	2	4	6	1	9															
0-6	3	1	1	6	7															
3-7	4	4	6	3	3															
6-7	5	3	2	6	6															
5-8	2	3	1	13																
7-8	2	5	11	0	11															
Level of resource A assigned (trigger level = 9)	9	9	9	9	9															
	9	9	9	9	9															
	9	9	9	9	9															
	9	9	9	9	9															
Level of resource B assigned (trigger level = 6)	6	6	6	6	6															
	6	6	6	6	6															
	6	6	6	6	6															
	6	6	6	6	6															

٦ - التخطيط طويل الأجل للموارد المتاحة :

Long Range Resource Planning:

نحاول في هذا الجزء القاء الضوء على أهم الدراسات التي تمت والخاصة ببيان كيفية قيام الإدارة بتحديد التوليفة المثلى للموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في عدة مواعيد بديلة مختلفة وذلك بالشكل الذي يقلل تكلفة هذه الموارد وكذا التكاليف الثابتة والتكلفة الناتجة عن تنفيذ المشروع في مدة أطول من المعامل المحدد لما قد يصاحب ذلك من غرامات التأخير.

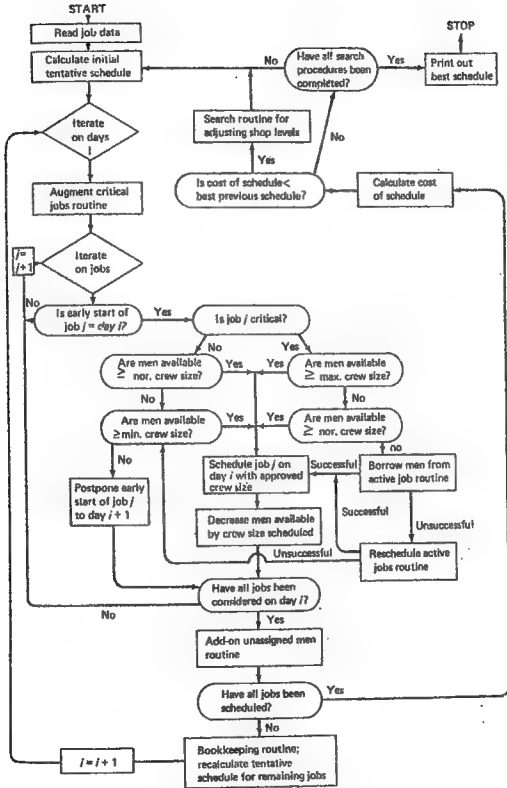
وسوف نبين فيما يلي مجموعة القواعد التي وضعها ويست لحل هذه المشكلة .

١/٦ نموذج ويست SPAR -1 :

Wiest's SPAR-1 Model

لقد وضع ويست مجموعة من القواعد المنطقية والتي تتميز بالشمول والقدرة على حل المشكلة الخاصة بتحقيق التوليفة الملائمة من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في مواعيد مختلفة وقد أطلق على مجموعة القواعد هذه "برنامج الجدولة الزمنية لتخصيص الموارد" Scheduling Program For Allocating Resources

(SPAR - 1) ويوضح الشكل التالي خريطة التدفقات Flow Chart الخاصة بهذا البرنامج .



وتشابه خريطة التدفقات هذه مع تلك الخاصة بتخصيص الموارد المحدودة والسابق شرحها ص ٩٥. إذ تفترض كلا الطريقتين إمكانية التعبير عن المشروع في شكل شبكة أعمال وأن هناك ميعاد محدد لبداية المشروع وكذا ميعاد لانتهائها منه ، وأنه يتم جدولة الأنشطة وقال الفاضل المتاح ، لكل نشاط إذ تعطى الأولوية للأنشطة ذات الفاضل الأقل ، وأن عملية الجدولة تتم بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداءً من نقطة البداية . فيبدأ نموذج SPAR-1 بحساب الاوقات المبكرة ES وكذا حساب الفاضل S لكل نشاط من أنشطة المشروع ، ثم نبدأ في جدولة الأنشطة بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداءً من نقطة البداية حيث $d = 1$ وذلك بأن نختار الأنشطة المتاحة للجدولة والتي تكون أوقاتها المبكرة ES مساوية لـ d ($ES=d$) ، على أن يتم ترتيب هذه الأنشطة وفقاً لمقدار الفاضل المتاح لهذه الأنشطة إذ توضع أولاً الأنشطة الحرجة ثم يليها الأنشطة التي عليها فاضل زمني قدره وحدة واحدة وهكذا حتى نهاية الترتيب ، ويتم اختيار الأنشطة التي يتم جدولتها بطريقة عشوائية ، فيكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط الأول في الترتيب هو $P > 0$ ، وبالتالي يكون الاحتمال الخاص بعدم اختيار النشاط هو $(1 - P)$ ، وفي حالة عدم اختيار النشاط الأول يوضع هذا النشاط في نهاية الترتيب ونبدأ في اختيار النشاط الثاني بنفس الاحتمال $P > 0$ ، فإذا لم يتم ترتيبه يوضع في نهاية الترتيب ونستمر هكذا حتى يتم اختيار أحد الأنشطة ثم نكرر ذلك لاختيار نشاط آخر طالما أن الموارد المتاحة تسمح بذلك ، وفي حالة عدم إمكانية جدولة أحد الأنشطة في فترة ما نؤجل جدولة هذا النشاط إلى الفترة التالية ،

الأمر الذى يؤدى الى أن تتحول الأنشطة التى يتم تأجيلها عدة مرات لتصبح أنشطة حرجية والتالى تأخذ مكانها فى بداية الترتيب الأسر الذى يعطيها الأولوية عند اجراء عملية الجدولة .

ورغم تشابه نموذج SPAR-1 فى خطوطه الرئيسية مع النموذج الخاص بتخصيص الموارد المحدود ، والسابق وشرحه الا أن نموذج SPAR - 1 يتضمن مجموعة من الاضافات أو الأنظمة الفرعية Subroutines التى تجعل منه برنامجا أكثر شمولاً وأكثر ملائمة لحل الكثير من المشاكل العملية ، اذ يؤدى هذه الأنظمة الفرعية الى استخدام أفضل للموارد المتاحة من ناحية والى تقليل الوقت اللازم لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى . وقبل شرح هذه الأنظمة الفرعية نود أن نوضح أن طبيعة الموارد تختلف من مشروع لآخر كما أن وحدة الزمن التى تتخذ كأساس للجدولة تختلف من مشروع لآخر ، الا اننا سوف ننظر الى الموارد على أنها مجموعة من الأفراد من مهارات مختلفة والتالى نعبر عن الكمية المتاحة من مورد معين بحجم فريق العمل Crew Size وسوف نفيس وحدات الزمن بالايام وسوف نستخدم هذه المصطلحات فى شرح الأنظمة الفرعية التى وضعها ويست فيها بلى :

١/١/٦ : النظام الفرعى الخاص بحجم فريق العمل Crew Size

(المتاح من الموارد) :

اذ يتم تحديد ثلاث مستويات لفريق العمل الممكن تخصيصه لكل نشاط وتمثل هذه المستويات فى المستوى السمتدل والحد الأقصى والأدنى من الأفراد الممكن تخصيصه للنشاط . وطبيعة الحال قد يتساوى

الحد الأقصى والأدنى في بعض الحالات أى يكون هناك رقم واحد ثابت للموارد المكن تخصيصها للنشاط ، ان تحتم طبيعة النشاط تنفيذه بشكل محدد وثابت دون امكانية الاسراع أو الابطاء في تنفيذه .

وتتمثل القاعدة الأساسية لتحديد المستوى الملائم لحجم فرسق العمل في اختيار الحد الاقصى بالنسبة للأنشطة الحرجة وذلك بشرط أن تسمح الموارد المتاحة بذلك . أما اذا لم تسمح الموارد المتاحة بذلك فيتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط ونفس حالة عدم امكانية تحقيق ذلك فنلجأ الى محاولة استمارة بعض الأفراد من أنشطة أخرى وذلك وفقا لنظام فرعى يسمى نظام الاستمارة وآخر يسمى نظام إعادة الجدولة *borrow and reschedule* واللذان سيلي شرحهما فيما بعد ، فاذا فشلت كل الجهود لجدولة النشاط حتى عند المستوى الأدنى من الموارد فيتم في هذه الحالة تأخير الميعاد المبكر لبداية النشاط الى اليوم التالي . أما بالنسبة للأنشطة غير الحرجة فيتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط اذا ما سمحت الكمية المتاحة من الموارد بذلك وإذا لم يمكن هذا فيتم تخصيص الحد الأدنى من الموارد ، أما اذا فشلت هذه المحاولة ايضا فيتم تأجيل البداية المبكرة الى اليوم التالي وذلك دون اللجوء الى نظام الاستمارة وإعادة الجدولة بالنسبة لهذه الأنشطة غير الحرجة .

٢/١/٦ : النظام الفرعى الخاص بالاسراع في تنفيذ الأنشطة الحرجة

Augment Critical Jobs

في بداية كل يوم *d* يتم النظر الى الأنشطة الحرجة والتي بدأت

قبل اليوم d والتي ستظل تحت التنفيذ الى ما بعد d وذلك فـى محاولة للاسراع فى تنفيذ هذه الانشطة الحرجة وتلك التى أصبحت حرجة وذلك عن طريق محاولة توجيه أى فائض فى الموارد المتاحة الى تلك الأنشطة والتي لم يخصص لها الحد الأقصى لطريق العمل . وتتم هذه المحاولات قبل البدء فى جدولة أى نشاط آخر جديد .

٣/١/٦ : النظام الفرعى للاستعارة من أنشطة فعالة جـارى

تنفيذها : Borrow From Active Jobs

نلجأ الى هذا النظام فى حالة عدم توافر الموارد اللازمة لجدولة أحد الأنشطة الحرجة j . اذ يتم بمقتضى هذا النظام البحث فيما بين الأنشطة الفعالة والجارى تنفيذها لمعرفة ما اذا كان من الممكن استمارة عدد كاف من الأفراد يكفى لجدولة النشاط j فى هذا اليوم d . ويصح بالاستمارة فقط اذا لم يترتب عليها أى تأخير فى تنفيذ المشروع ككل فاذا تبين أن هذه الاستمارة من شأنها تأخير المشروع فانه يتم تأجيل تنفيذ النشاط j الى اليوم التالى d + 1 .

٤/١/٦ : النظام الفرعى الخاص باعادة جدولة أنشطة فعالة جـارى

تنفيذها : Reschedule Active Jobs

فقد يمكن جدولة النشاط الحرج j فى اليوم d اذا ماتم ترحيل أنشطة أخرى تستخدم نفس المورد اللازم للنشاط j لتنفذ فى يوم لاحق لليوم d ويقوم هذا النظام بالبحث فيما بين الأنشطة الجـارى تنفيذها لاختيار النشاط السكن تأجيل تنفيذه الى اليوم d+1 بشرط

ألا يؤدي ذلك الى تأخير تنفيذ المشروع ككل .

٥/١/٦ : النظام القرعى الخاص بتوزيع المتبقى من الموارد غير المستخدمة

المستخدمة : Add on Unused Resources

قد يتبقى بعض الموارد غير المستخدمة وذلك بعد تطبيق الأنظمة السابقة والتي تنتهى بجدولة أقصى عدد ممكن من الأنشطة فى اليوم d . وفى هذه الحالة يتولى هذا النظام القرعى بترتيب الأنشطة الفعالة الجارى تنفيذها والتي يمكن توجيه هذه الموارد الفائضة اليها ويتم ترتيب هذه الأنشطة وفقا لحجم الفائض الكلى المتاح على كل منها اذ يوضع فى بداية الترتيب النشاط ذات الفائض الأقل ، ثم يقوم النظام بتخصيص هذه الموارد الفائضة الى هذه الوظائف وفقا للترتيب السابق حتى تنتهى هذه الموارد الفائضة أو حتى لاتوجد أنشطة يمكن تخصيص هذه الموارد اليها . وتتحقق هذه الاضافة فى اليوم d فقط اذ يعسود حجم فريق العمل المخصص للنشاط الى المستوى الأسمى السابق تخصيصه فى اليوم $d + 1$ الا اذا كان هناك أيضا موارد فائضة غير مستظلة فى هذا اليوم أيضا .

ومعد تطبيق الأنظمة السابقة لجدولة الأنشطة يوما بعد يوم يقوم النموذج بتسجيل نتائج تخصيص الموارد على الأنشطة فى شكل جداول تبين الأفراد الذين تم تخصيصهم لكل نشاط ويستمر النموذج على ذلك الى أن يتم جدولة كل الأنشطة .

٧- تأريـن :

١ - حل المثال التوضيحي السابق شكل (١ / ٢) ، (٢ / ٢) اذا

ما تم تعديل احتياجات الانشطة من الموارد المختلفة لتصبح

كما يلي :

النشاط	المورد A	المورد B	المورد C
0 - 1	-	3	1
1 - 2	-	2	1
0 - 3	3	-	1
3 - 4	-	2	1
2 - 5	4	-	1
4 - 5	2	-	1
0 - 6	2	-	1
3 - 7	4	4	1
6 - 7	5	-	1
5 - 8	-	5	1
7 - 8	2	-	1
الحد الأقصى المشـاح	6	6	2

بين أن الوقت المطلوب لتنفيذ المشروع وفقا للموارد المتاحة

هو 21 يوما .

٢ - استخدم خطوات برجرس للتحقق من صحة البيانات

الواردة في جدول (٤ / ٢) .

٣ - استخدم طريقة ويست في التحقق من صحة

البيانات الواردة في جدول (٥ / ٢) .

الفصل الثالث

الأساليب المستخدمة في الموازنة بين الوقت والتكلفة

Time-Cost Trade-off Procedures

٢ - مقدمة :

يترتب على تطبيق أسلوب المسار الحرج الخاص بتخطيط وجدولة أنشطة المشروعات الوصول الى تحديد الأوقات المبكرة والتأخرية لتحقيق كل حدث والتالى تحديد المدايات المبكرة والتأخرية الخاصة بكل نشاط من أنشطة المشروع . ويمثل الوقت المبكر للانتهاج — من المشروع بالوقت المتوقع لانتهاء المشروع والمعنى على الأوقات المعتدلة الخاصة بأداء الأنشطة المختلفة .

وسوف نحاول في هذا الفصل الاجابة على سؤال أساسى خاص بمدى ملائمة هذا الوقت المعتدل الخاص بالانتهاج المبكر من تنفيذ المشروع لاحتياجات الادارة ؟ اذ قد يكون من المرغوب فيه تنفيذ المشروع فى وقت أقل من هذا الوقت المعتدل لأداء المشروع . فقد يحدث تعديل فى الوقت اللازم للانتهاج من المشروع بعد مرور فترة من تاريخ بدأ المشروع كنتيجة لحدوث تعديلات فى الخطط الموضوعية أو لتعويض بعض التأخيرات التى لم تكن متوقعة والتى حدثت فعلا فى الفترات الأولى من تنفيذ المشروع . الأمر الذى يتطلب ضرورة دراسة القيمة الفعلية التى سوف تجنيها الادارة من وراء الاسراع فى تنفيذ المشروع والالتزام بالمواعيد المحددة ومقارنتها بالزيادة فى التكاليف التى ستترتب على تحقيق هذا الاسراع فى تنفيذ الأنشطة المتبقية

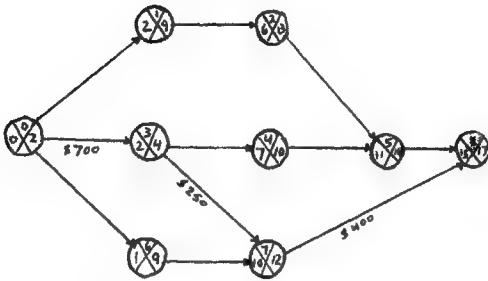
• لتنفيذ المشروع •

ولاشك من أهمية الالتزام بعنصر الوقت في كثير من الحالات وذلك كما هو الحال بالنسبة لاجراء عمرات كاملة لبعض الآلات الضخمة أو اجراء صيانة كاملة في أحد العناصر أو بناء سفينة ضخمة سوف تستخدم في أغراض مستقبلية مختلفة وغيرها من المشروعات الهامة التي قد نجد فيها أن الاسراع في التنفيذ يبرر الزيادة المتوقعة في التكلفة •

وسوف نستعرض في هذا الفصل بعض الوسائل التي يمكن تطبيقها لاجاد أقل التكاليف اللازمة لتوفير زمن التنفيذ وذلك بفرض إمكانية تحقيق هذا الاسراع في تنفيذ بعض الأنشطة أو كلها إذا ما توافر لهذه الأنشطة كمية أكبر من الموارد المتاحة والتي قد تتمثل هذه الأخيرة في مزيد من الأيدي العاملة أو مزيد من المعدات والمواد الخام •

وتتمثل الفكرة الأساسية التي تقوم عليها هذه الأساليب في القيام بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يسود في الاسراع في وقت تنفيذها الى أقل زيادة في التكاليف •

فإذا كان معدل الزيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن بالنسبة للأنشطة الحرجة 3=7,7-8 ، 3-0 في شبكة الأعمال التي تكرر استخدامها في هذا الكتاب هي على التوالي 400 ، 700,250 وذلك كما في شكل ١/٣، فإنه من السهل ملاحظة إمكانية الاسراع في تنفيذ المشروع وتقليل الوقت اللازم لانجاءه ليصبح ١٤ وحدة زمن فقط وذلك عن طريق ضغط الوقت الخاص بالنشاط 7-3 بمقدار وحدة زمن واحدة



شكل (١ / ٣)

اذ أن الزيادة في التكاليف في هذه الحالة سوف تكون أقل ما يمكن .
 وعند هذه النقطة الجديدة لتنفيذ المشروع يكون هناك أكثر من مسار
 حرج واحد . وبالتالي يقتضي تخفيض وقت المشروع بدرجة أكبر من
 ذلك ضرورة العمل على الإحراج في تنفيذ نشاط مشترك يقع على المسارين
 الحرجين أو ضرورة تخفيض نشاط ما على كل مسار على حدة .

أى نقوم في المثال السابق بتخفيض النشاط 3-10 الأمر الذى
 يؤدي الى تقليل كل من المسارين مرة واحدة ، أو أن نقوم بتخفيض
 الوقت اللازم لتنفيذ أحد الأنشطة 8 - 7, 7 - 3 على المسار الأول
 مع تحقيق تخفيض مقابل على أحد أنشطة المسار الثانى وهو

8- 7, 3-7 ويتوقف ذلك بطبيعة الحال على الزيادة المحتملة
في التكاليف في كل من الحالتين .

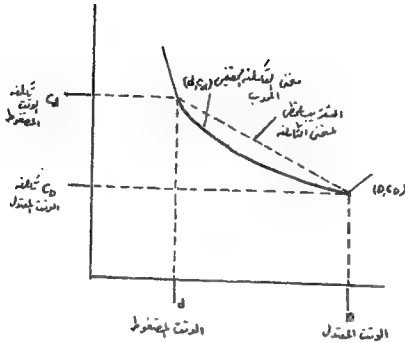
وسوف نبين فيما يلي الأساليب المستخدمة في تحقيق هذه المقارنات
بين الزيادات المختلفة في التكاليف وبشكل تلقائي يمكن من اختيار أفضل
الوسائل للاسراع في تنفيذ المشروع وذلك بشرط توافر الموارد اللازمة
لتحقيق هذا الاسراع بطبيعة الحال .

وكما سبق أن بينا تقوم الفكرة الأساسية لهذه الأساليب في القيام
بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يؤدي
الاجراء في وقت تنفيذها الى أقل زيادة في التكاليف وسوف نقوم
في الفقرة التالية بالقاء مزيد من الضوء على فكرة شراء الوقت المطلوب
من أوقات الأنشطة الحرجة .

٢ - طريقة المسار الحرج للموازنة بين الوقت والتكلفة :

The Critical Path Method (CPM) of Time- Cost
Trade - offs :

ولتوضيح هذه الطريقة سوف نقدم مجموعة من التعاريف والتي
نوضحها بالرسم التالي :



شكل (٢/٣)

١/٢ تكاليف النشاط المباشرة :

Activity Direct Cost :

وتشمل تكلفة المواد الخام والأدوات وكذا تكلفة العمالة المباشرة اللازمة لأداء النشاط وعادة ما تقدر هذه التكلفة بالمعز الذي تدفعه المنظمة لأحد مقاولي الباطن إذا ما عهد إليه بتنفيذ النشاط .

٢/٢ : التكلفة الغير مباشرة الخاصة بالمشروع ككل :

Project Indirect Costs:

وتتضمن هذه تكاليف الاشراف والمصاريف الادارية وفوائد الأموال

المقترضة وغرامات التأخير في حالة عدم تنفيذ المشروع في الميعاد المحدد وعلى أن يطرح منها العائد المحقق نتيجة الاسراع في تنفيذ المشروع قبل الميعاد المتفق عليه .

٣/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل معتدل :

Normal Activity Time - Cost Point :

يمثل الوقت المعتدل لأداء النشاط في الوقت المستخدم نفس حساب المسار الحرج الرئيس وقبل اجراء أى ضغط في الأوقات الخاصة بأداء أنشطة المشروع وتكون التكلفة المباشرة المقابلة لأداء هذا الوقت المعتدل هي أقل تكلفة مباشرة ممكنة ويطلق عليها بالتكلفة المباشرة المعتدلة . وكثيرا ما تقدر هذه التكلفة بالسعر الذي يحصل عليه أحد مقاولي الباطن اذا ما عهد اليه بتنفيذ النشاط . وسوف نرمز للوقت والتكلفة المعتدلة بالرمز (D, C_D) . شكل ٢/٣ .

٤/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل مضغوط :

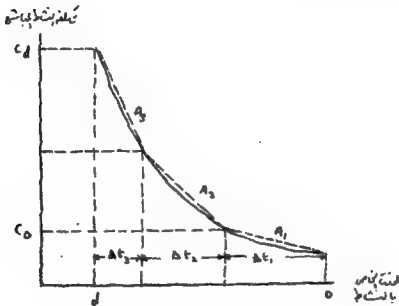
Crash Activity Time - Cost Point :

يمثل الوقت المضغوط لأداء النشاط في أقل وقت يمكن فيه تنفيذ النشاط وتكون التكلفة المقابلة في هذه الحالة هي أقل تكلفة مباشرة تلزم لأداء النشاط في هذا الوقت المضغوط . وسوف نرمز للوقت والتكلفة المضغوطة بالرمز (D, C_d) . شكل ٢/٣ .

وسوف نفترض إمكانية تنفيذ النشاط في أى وقت يقع ما بين الوقت

المعتدل والوقت المضغوط • كما اننا نفترض امكانية التعبير عن العلاقة بين الوقت والتكلفة بمنحنى خطى أو منحنى محدب^(٢) وعلى أن يتم تمهيد هذا المنحنى المحدب بخط مستقيم كما فى الرسم شكل ٢/٣ ونغير هنا الى اننا سوف ننسقط هذا الفرض عند عرض بعض القواعد المنطقية فى حل هذه المشكلة • كما أنه فى حالة عدم امكانية التعبير عن التكلفة فى شكل خط مستقيم فانه يمكن التعبير عن التكلفة فى شكل مجموعة من العلاقات الخطية المتقطعة

• Piece - Wise Linear



شكل (٢/٣)

* A Convex fun. $F(X)$ is a real valued fun. defined on an n-dimensional vector space. \rightarrow
 $F(\alpha \underline{u} + \beta \underline{v}) \leq \alpha f(\underline{u}) + \beta f(\underline{v}) + \text{vector}$
 $\underline{x} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$ and \forall n-dimensional vector $\underline{u}, \underline{v}$,
 \forall Scalars α, β .

وذلك كما في شكل ٣/٣ ، كما اننا نفترض استقلالية هذه الأنشطة بعضها عن بعض بمعنى أن شراء وقت على أحد الأنشطة لا يؤثر بالمرّة على الموارد والوقت الخاص بنشاط آخر . وبالتالي لا يؤثر بالمرّة على عملية شراء الوقت على أى من الأنشطة الأخرى . وطبيعة الحال يسقط هذا الفرض في حالة استخدام مورد واحد في اسراع وقت التنفيذ الخاص لأكثر من نشاط .

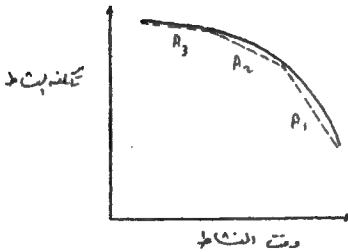
وفي شكل ٣/٣ تم تقريب المنحنى الخاص بالتكلفة المحدبة في شكل منحنى خطي متقطع Piece-wise linear curve حيث تتم معالجة كل جزء على أنه نشاط في حد ذاته وهو ما نسميه بالنشاط الكاذب Pseudo - Activity أى تم استبدال النشاط الحقيقي A بثلاثة أنشطة كاذبة A_1, A_2, A_3 ثم تم تحديد عدد الاحداثيات الخاصة بالوقت المعتدل والوقت المضغوط الخاص بكل من هذه الأنشطة الكاذبة . وبالتالي يتم حساب التغير في التكلفة مقابل التغير في الوقت كما في الجدول ١/٣ .

ويتضح أيضا من شكل ٣/٣ السبب في افتراض أن منحنى التكلفة يكون منحنى خطيا أو محدبا إذ أن اسراع النشاط من عند المستوى D يجب أن يتم أولا على النشاط A_1 ثم A_2 وأخيرا A_3 وحيث أن طريقة CPM تبحث أولا عن النشاط الذى يحقق أقل زيادة ممكنة في التكاليف فانها سوف تختار الأنشطة الكاذبة في ترتيبها المنطقي A_1 ثم A_2 ثم A_3 وذلك على عكس الحال في حالة اذا كان منحنى التكلفة يأخذ أى شكل آخر كما في شكل ٤/٣ إذ قد نجد

أن ميل الخط أى معدل الزيادة فى التكلفة مقابل تقليل الزمن وحسده

معدل الزيادة فى التكلفة	الزمن	الوقت المضغوط	نقطة التوازن
$\Delta C_1 / \Delta t_1$	ΔC_1	Δt_1	A_1
$\Delta C_2 / \Delta t_2$	ΔC_2	Δt_2	A_2
$\Delta C_3 / \Delta t_3$	ΔC_3	Δt_3	A_3
			المجموع A

جدول (١ / ٣)



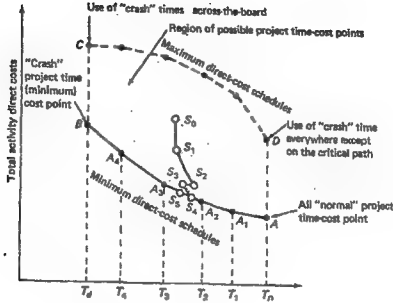
شكل (١ / ٣)

واحدة أقل ما يمكن بالنسبة لـ A_3 عنه بالنسبة لـ A_2 • A_1 مما
يؤدي ذلك الى قيام طريقة GPM باسراع أوقات الأنشطة بطريقة
لا تحمل معنى مقبول ان نبدأ بالنشاط A_3 ثم A_2 ثم A_1 •

٢/ المنطقة الكاملة المعبرة عن الوقت المعتدل والوقت المضغوط
والتكاليف الخاصة بهما بالنسبة للمشروع ككل :

Region of All possible Time - Cost Points:

تعمل طريقة المسار الحرج كما سبق أن بينا على الاسراع فسي
الأوقات ابتداءً من الوقت المعتدل حتى نصل الى الوقت المضغوط وذلك
عن طريق ضغط الوقت الخاص بكل نشاط بالشكل الذي يقلل من
الزيادة المتوقعة في التكاليف المباشرة للمشروع • ونشير في هذا الصدد
الى أن هناك وقت معتدل للمشروع ككل هو T_D وكذا وقت مضغوط
للمشروع ككل T_q أي أنه يمكن ضغط المشروع كما هو الحال بالنسبة لكل
نشاط على حدة • فكما يمكن تنفيذ النشاط ما بين الوقت d المضغوط
والوقت D المعتدل يمكن بنفس المنطق تنفيذ المشروع ككل فيما بين
الوقت المعتدل T_D والوقت المضغوط T_q • فإذا تم جدولة جميع
أنشطة المشروع في وقتها المعتدل فسوف يؤدي ذلك بطبيعة الحال الى
تنفيذ المشروع في الوقت المعتدل وتكون التكلفة المباشرة المقابلة لذلك
هي أقل تكلفة ممكنة والتي يعبر عنها بالنقطة A شكل ٥/٣ • وبالمثل
يمكن تنفيذ المشروع في أقل وقت ممكن T_q عن طريق ضغط الأنشطة
الضرورية فقط وهي الأنشطة التي تقع على المسار أو المسارات الحرجة
النهائية والخاصة بتنفيذ المشروع في الوقت T_q كان معنى ذلك أن



شكل (٥ / ٣)

الزيادة في التكاليف المباشرة سوف تكون أقل ما يمكن والتي يعبر عنها بالنقطة B . أما إذا تم الإسراع من أنشطة أخرى غير حرجية فلن يؤدي ذلك إلى تقليل وقت المشروع إلى مستوى أقل من T_d في الوقت الذي سوف تتجه فيه التكلفة إلى الزيادة من النقطة B إلى النقطة C . كما أنه إذا تصورنا ولأغراض العرض قيام المشروع بالإسراع في جميع الأنشطة الغير حرجية مع بقاء المشروع عند النقطة T_D ، كان معنى ذلك زيادة التكاليف المباشرة إلى النقطة D دون تحقيق أي تقليل في وقت التنفيذ . وأخيرا يحدد المنحنى AB أقل زيادة ممكنة في التكاليف المباشرة نتيجة الضغط الفعال للأنشطة الحرجية الخاصة بتنفيذ

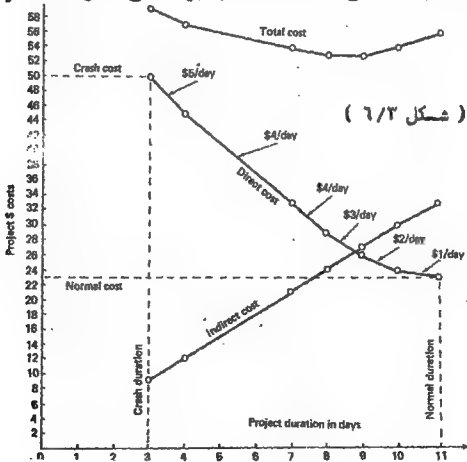
المشروع ابتداءً من النقطة T_D حتى نصل إلى النقطة T_A وكذلك بين المنحنى DC أكبر زيادة ممكنة في التكاليف المباشرة نتيجة الضغط الغير فعال للأنشطة الحرجة الخاصة بتنفيذ المشروع ابتداءً من النقطة T_D حتى نصل إلى النقطة T_A . وبالتالي فإن الساحة المظللة $ABGD$ في شكل ٣/٥ السابق تبين المنطقة الكاملة لكل النقاط المسكنة لتنفيذ المشروع والتكاليف المختلفة المسكنة والمقابلة لكل نقطة من نقاط تنفيذ المشروع .

ويتمثل الهدف الأساسي بطبيعة الحال في محاولة الالتزام بالمنحنى AB والذي يتمثل في مجموعة من الخطوط المتصلة عند نقط الحشد الأدنى للتكلفة المقابلة لكل نقطة من نقاط تنفيذ المشروع ابتداءً من T_D حتى T_A وتتمثل نقاط الاسراع لخطوط المنحنى AB هذه في النقاط A_1 المقابلة لـ T_1 ، A_2 المقابلة لـ T_2 حتى النقطة B المقابلة لـ T_A .

ويتم تحديد هذه النقاط بأن نبدأ في حساب التكلفة الخاصة بتنفيذ المشروع في الوقت T_D ثم نبدأ في البحث عن الأنشطة التي يمكن الاسراع في تنفيذها بأقل تكلفة ممكنة حتى نصل إلى النقطة T_1 والتكلفة المقابلة لها A_1 ومجرد الوصول إلى النقطة T_1 تظهر الحاجة إلى ضغط أنشطة أخرى على نفس النمط الحرج أو قد تظهر مسارات حرجة جديدة الأمر الذي يقتضي ضغط نشاط أو مجموعة من الأنشطة الجديدة وتكون الزيادة في التكاليف نتيجة الضغط السابق والسبب في تقليل مدة تنفيذ المشروع عن النقطة T_1 أكبر من أو يساوي الزيادة في

التكاليف التي تحققت في الضغط الأول في المدة من T_D حتى T_1 ونستمر على نفس المنوال حتى نصل إلى النقطة B • وقد لا نحتاج بطبيعة الحال إلى حساب المنحنى AB بالكامل وإنما عادة ما نتوقف بمجرد الوصول بوقت المشروع إلى المستوى المرغوب فيه والذي قد يكون أكبر من T_D •

وطبيعة الحال يجب إضافة التكاليف الأخرى غير المباشرة إلى التكاليف المباشرة الناتجة من الإسراع في تنفيذ المشروع وذلك فـسـمـ حالة الرغبة في تقليل التكاليف الكلية للتنفيذ والتي تتحقق هذه الأخيرة عند تساوى الزيادة في التكاليف المباشرة نتيجة الإسراع في تنفيذ الأنشطة مع الوفورات في التكاليف غير المباشرة والناتجة من هذا الإسراع في التنفيذ وذلك كما في شكل ٦/٣ • ونشير هنا إلى إمكان النظر



الى المشروع الواحد على أنه مجموعة من المشروعات الصغيرة وبالتالي يتم تحديد الأوقات المختلفة لتنفيذ كل من هذه المشروعات الفرعية لنصل الى الأوقات والتكاليف الخاصة بالمشروع ككل ، الأمر الذي يمكن من تقسيم شبكات الأعمال الضخمة بما يتفق مع امكانيات الحاسب الآلى ، ويكون هذا التقسيم يمكننا دائما طالما أن الزيادة في التكاليف مقابل الاسراع في الوقت يأخذ شكل علاقة خطية linear ، أو خطية متقطعة Piec-wise linear .

يعد هذا الاستعراض السابق للمفكرة الأساسية التي تقوم عليها الأساليب الخاصة بالاسراع في وقت تنفيذ المشروع ، ننتقل الى بيان بعض هذه الأساليب وتنقسم هذه الأخيرة الى أساليب أو قواعد منطقية يمكن من الوصول الى حلول جيدة وتقترب كثيرا من الحلول المثلى وهذا ما سوف نتناوله في الفقرة القادمة ثم بيان الأسلوب الذي قدمه - Pulkerson والذي يمكن من الوصول الى الحل الأمثل وفيه ننظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات ، وسوف نستعرض ههنا الأسلوب الخاص بـ Pulkerson والذي يسمى بالخطوات ، أو النظام (خوارزميه) الخاصة بالتدفقات على شبكة الأعمال The Network flow Algorithm^٣ في الفصل الرابع من هذا الكتاب .

(٣) ترجع كلمة Algorithm الى اسم العالم العراقي خوارزم والذي ساهم بشكل كبير في نهضة العلوم الرياضية في المصير الحديث .

٣ - مجموعة قواعد منطقية تستخدم في الموازنة بين وقت وتكلفة
المشروع :

Heuristic Procedure for Time - Cost Trade
Offs :

نورد أولا فيما يلي أهم الخصائص المميزة لمجموعة القواعد هذه على
أن يلي ذلك بيان هذه القواعد وتحليلها في الحل :

١/٣ أهم خصائص هذه القواعد المنطقية في الحل :

١ - لا يشترط وفقا لمجموعة القواعد هذه أن تكون دالة التكاليف
الخاصة بكل نشاط دالة خطية بل من الممكن أن تأخذ أى شكل ، كما
أنه من الممكن أن يختلف الشكل الذى تأخذه الدالة من نشاط الى آخر
، الأمر الذى يحقق درجة عالية من المرونة لمواجهة المواقف المختلفة .

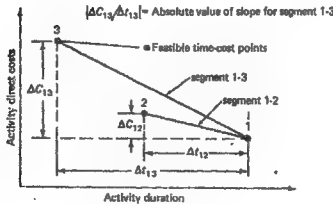
٢ - ان إمكانية اسراع وقت المشروع يتم في عدة نقاط محددة ودة
تبدأ من النقطة T_D وتنتهى عند النقطة T_H والتي تتمثل فى
النقاط T_1, T_2, T_3, T_4 فى شكل (٥/٣) وتهتم مجموعة القواعد
المنطقية هذه بتحديد التكاليف المباشرة الدنيا المقابلة لهذه النقاط
فقط دون غيرها من النقاط ، فلا تهتم بتحديد التكاليف المقابلة لجميع
الأوقات الواقعة بين هذه النقاط الممكنة ، ولا يقلل ذلك من القيمة
العملية لهذه القواعد طالما أنها تنتج فى تحديد التكاليف المقابلة
لنقط التنفيذ الممكنة ، والتي يمكن فعلا تنفيذ المشروع عندها .

٣ - كما تسمح مجموعة القواعد هذه بالحالات الخاصة بإمكانية

استخدام مورد ما في تحقيق اسراع في تنفيذ أكثر من نشاط دفعة واحدة أي لا تشترط الاستقلالية فيما بين الأنشطة .

ولتطبيق قواعد الحل هذه يتطلب الأمر تحديد معدل الزيادة في التكاليف مقابل الاسراع في الوقت بالنسبة لكل نشاط $\Delta C / \Delta T$ والتي يمكن التعبير عنها بعمل الخط الواصل من نقطة تحقق النشاط في وقت معين الى نقطة تحققه في وقت أقل آخر وذلك كما في شكل ٧/٣ على أن يلي ذلك تحديد النشاط الحرج الذي نبدأ بضغط الوقت

$|\Delta C_{12} / \Delta t_{12}|$ = Absolute value of slope for segment 1-2



شكل (٧/٣)

الخاص بنسبه والذي يتحقق عنده الحد الأدنى للزيادة في التكاليف .

٢/٣ قواعد الموازنة بين الوقت والتكلفة :

Time - Cost Trade - off Rules :

القاعدة رقم (١) Rule 1 :

إذا كان هناك أكثر من مسار حرج واحد تنتقل مباشرة إلى القاعدة رقم (٣) ، أما إذا كان هناك نشاط واحد فقط في هذه الحالة دراسة جميع التخفيضات الممكنة تحقيقها في وقت الأنشطة - $\text{all elig ible segments}$ لأنشطة المسار الحرج ثم نختار النشاط صاحب أقل زيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن أي صاحب أقل قيمة $\Delta C / \Delta t$ وفي حالة تساوى أكثر من نشاط في مقدار الميل نختار النشاط صاحب القيمة Δt الأقل .

وتطبق هذه القاعدة طالما أن هذا التخفيض في الوقت لا يحول المسار الحرج إلى مسار شبه حرج Subcritical بسبب ظهور مسار حرج آخر . أما إذا ظهر مسار حرج آخر وتحول المسار الحرج الجارى إلى مسار شبه حرج فننتقل إلى القاعدة رقم (٢) .

القاعدة رقم (٢) Rule 2 :

- نعتبر أن أقل تخفيض ممكن حدوثه في المسار الحرج الجارى والسدى بترتيب عليه ظهور مسار أو مجموعة مسارات حرجية جديدة بالرمز Δt فإذا كان المسار الحرج الحالى طوله 15 يوما وبترتيب على ضغط أحد الأنشطة على هذا المسار بمقدار يوم واحد ظهور مسار حرج جديد طوله 14 يوما كان معنى ذلك أن Δt تساوى واحد ($\Delta t = 1$) .

- يتم دراسة جميع التخفيضات الممكن تحقيقها على الأنشطة المختلفة
والتي تمير عنها بالرمز Δt وبشرط أن تكون Δt أكبر من
 Δt_c أى أن $\Delta t \geq \Delta t_c$ ثم نختار النشاط صاحب أقل زيادة
مطلقة في التكاليف Δc وليس النشاط صاحب أقل معدل زيادة
في التكلفة والذي يقاس هذا الأخير بالرمز $\Delta c / \Delta t$ ، على
أن نرسم لمعدل الزيادة في التكلفة لهذا النشاط المختار صاحب
أقل Δc بالرمز $\Delta c_m / \Delta t_m$.

فإذا كانت $\Delta t_m = \Delta t_c$ نكون قد حققنا التخفيض
المطلوب مع بقاء المسار الحرج الجارى تخفيضه كأطول مسار وذلك مع
ظهور مسار أو عدة مسارات أخرى حرجة جديدة . أما إذا كانت
 $\Delta t_m > \Delta t_c$ فنسوف يؤدي ذلك الى تحول المسار الحرج الاصلى

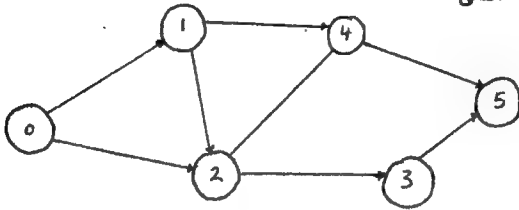
الى مسار شبه حرج - Subcritical
اذ يقل طوله عن المسار أو المسارات الحرجة الجديدة بمقدار Δt_{sc} ،
 $\Delta t_{sc} = \Delta t_m - \Delta t_c > 0$ وهنا يلزم في هذه الحالة زيادة بعض
الأنشطة على هذا المسار الذي أصبح شبه حرج ليصبح طول هذا
المسار في حدود طول المسار أو المسارات الحرجة الجديدة ، ويتم
ذلك باعادة زيادة وقت تنفيذ بعض الأنشطة وفي حدود القسود
وشرط أن تكون التكاليف المردودة Δc أكبر ما يمكن .
وتتم عملية اعادة بيع الوقت هذه لأحد الأنشطة أو مجموعة من الأنشطة
الواقعة على المسار الحرج الأصلي والذي أصبح بعد التخفيض نشاطا
شبه حرجا . وتكون معدل الزيادة في التكلفة والناجمة من تطبيق القاعدة
الثانية كما يلي $(\Delta c - \Delta c_{total \ sold \ back}) / \Delta t_m$

القاعدة رقم (٣) 3. Rule :

تختص هذه القاعدة بحالة وجود أكثر من مسار حرج واحد ،
فيتم في هذه الحالة تقسيم أنشطة شبكة الأعمال الى مجموعتين
I , II حيث تمثل المجموعة I جميع الأنشطة الحرجة التي
تتشارك في جميع المسارات الحرجة . وتمثل المجموعة II الأنشطة
الحرجة التي تقع على مسار حرج واحد فقط دون باقى المسارات
الحرجة الأخرى . ونطبق هنا القواعد السابقة في حالة الرغبة نفس
الاسراع من أنشطة المجموعة I ويكون معدل الزيادة في التكاليف
مقابل الاسراع في التنفيذ وحدة زمن واحدة $\Delta C_I / \Delta t_I$.

أما في حالة الرغبة في اسراع أنشطة المجموعة II فيقتضى الأمر
في هذه الحالة زيادة أكثر من نشاط على أن يتم ذلك بطرق متعددة
اذ يصعب وضع قاعدة عامة تصلح لجميع الحالات . كما قد يقتضى الاسر
الاسراع من عدة أنشطة وفي نفس الوقت الابطاء من أنشطة أخرى التي
لم يعد للاسراع في تنفيذها أى أثر على وقت تنفيذ المشروع .

ويمكن تطبيق القواعد السابقة في إيجاد الحل الممكن للمشال
التالى :



الوقت الممتد		الوقت المضبوط			
النشاط	الوقت	التكلفة	الوقت	التكلفة	الميل
(0,1)	4	210	3	280	70
(0,2)	8	400	6	560	80
(1,2)	6	500	4	600	50
(1,4)	9	540	7	600	30
(2,3)	4	500	1	1100	200
(2,4)	5	150	4	240	40
(3,5)	3	150	3	150	-
(4,5)	7	600	6	750	150
		3050		4280	

شكل (٣ / ٨)

ونشير هنا الى امكانية تنفيذ أى نشاط اما عند الوقت المعتدل أو عند الوقت المضغوط مع عدم امكانية تحقق النشاط فى أى وقت يقع ما بين الوقتين ، الوقت المعتدل والوقت المضغوط ، فالنسبة للنشاط (1, 0) اما أن يتم تنفيذه فى أربعة أيام أو فى ثلاثة أيام دون امكان تنفيذه فى مدة متوسطة ، وكذا الحال بالنسبة للنشاط (2, 0) اذ يتم تنفيذه فى ثمان أيام أو فى ستة أيام دون امكان تنفيذه فى أى مدة متوسطة ، مثل سبعة أيام مثلا ، وهكذا بالنسبة لباقى الأنشطة .

ويكون المسار الحرج فى هذا المثال هو المسار 5 - 4 - 2 - 1 - 0 وذلك سواء فى حالة الالتزام بتنفيذ جميع الأنشطة فى أوقاتها المعتدلة أو تنفيذ جميع الأنشطة فى أوقاتها المضغوطة ويكون طول المسار الحرج فى الحالة الأولى 22 يوما بتكلفة قدرها 3050 دولارا ويكون طولها فى الحالة الثانية 17 يوما بتكلفة مقدارها 4280 دولارا .

وفيما يلى سوف نبين كيفية استخدام القواعد المنطقية السابقة فى تحديد التكاليف الدنيا المقابلة لأوقات تنفيذ المشروع الممكنة والتي تقع ما بين 22 يوما و 17 يوما وذلك كما يلى :

تنفيذ المشروع فى 21 يوما :

— ننظر الى الأنشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل زيادة فى التكاليف وهو النشاط 2-1 فى هذه الحالة ، إلا أن ضغط هذا النشاط سوف يؤدى الى تقليل وقت تنفيذ المشروع عن 21 يوما ولذا يتم فى هذه الحالة الانتقال الى القاعدة الثانية والخاصة بتحديد Δt_0 وهي تساوى واحد فى هذه الحالة ثم ننظر الى جميع

تخفيضات الوقت Δt حيث $\Delta t \geq \Delta t_0$ ونختار من بينها النشاط صاحب أقل زيادة مطلقة في التكاليف فيكون هو النشاط (1 , 0) والذي يؤدي إلى أن يصبح وقت تنفيذ المشروع مساويا تماما 21 يوما وبالتالي لا يوجد أي فائض على النشاط الحرج يقتضى إعادة رد واحد من الزمن مرة أخرى. وبالتالي تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع 21 يوما هي $3050 + 70 = 3120$ دولارا .

تنفيذ المشروع في 21 يوما :

ننظر إلى الأنشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل زيادة في التكاليف وهو النشاط 1-2 ، إلا أن ضغط هذا النشاط يؤدي إلى تقليل وقت التنفيذ إلى 19 يوما ولذا يتم البحث عن الأنشطة التي تؤدي إلى أقل زيادة مطلقة في التكاليف وهنا نجد أن النشاط (2,4) يحقق نقسا قدره 90 دولارا علما بأنه من الممكن انقاص النشاط (1,2) بمقدار 100 دولارا مع إمكانية إعادة رد الوقت السابق ضغطه على النشاط (0,1) فيكون صافي الزيادة في التكلفة هي 30 دولارا. وبالتالي تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع في 20 يوما هي 3150 دولارا .

وتظهر في هذه الحالة مسارين حرجين آخرين وهما
0-1-4-5 و 0-2-4-5 إذ أن طول كل منهما 20 يوما .

تنفيذ المشروع في 19 يوما :

وتتكون المجموعة I الخاصة بالأنشطة المشتركة من النشاط (4,5)

والذى يحقق زيادة فى التكلفة قدرها 150 دولاراً أما فى حالة الرخصة فى ضغط أنشطة أخرى فيقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط معاً فضلاً عن ضغط النشاط (0,1) يحقق الإسراع فى مسارين حرجين دون الثالث الأمر الذى يقتضى ضرورة ضغط النشاط (0,2) على المسار الثالث ويكون مجموع الزيادة فى التكاليف 150 دولاراً أيضاً كما أن ضغط النشاط (1,4) يقتضى ضغط النشاط (2,4) أيضاً وتكون مجموع الزيادة فى التكلفة $150 = 60 + 90$ ولذا يتم ضغط النشاط (4,5) ليصبح وقت تنفيذ المشروع 19 يوماً وتكون التكلفة المقابلة هى 3300 دولاراً • ويكون هناك ثلاث مسارات حرجية كما هى فى حالة 20 يوماً •

تنفيذ المشروع فى 18 يوماً :

تتكون المجموعة I من النشاط (4,5) والذى لا يمكن الإسراع فى تنفيذه ولذا يقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط بالشكل الذى يجعل وقت تحقق الحدث (4) فى 12 يوماً بدلاً من 13 يوماً ويكون ذلك أما بضغط (0,1) • (2,4) مما يؤدى إلى زيادة فى التكاليف 160 دولاراً أو خفض (1,4) و (2,4) بمقدار 150 وهى أقل زيادة ممكنة ليصبح وقت المشروع 18 يوماً والتكلفة 3450 دولاراً •

تنفيذ المشروع فى 17 يوماً :

ويحقق ذلك باتمام الحدث 4 فى 11 يوماً عن طريق ضغط كل من النشاطين (0,1) • (0,2) مقابل زيادة فى التكلفة 150 دولاراً وتصبح تكلفة تنفيذ المشروع 3680 دولاراً • ويلاحظ هنا

أنه يمكن تنفيذ المشروع في 17 يوما دون ما حاجة الى ضغط النشاط (2,3) * انه يؤدي الاسراع من النشاط (2,3) الى زيادة التكاليف بمقدار 4280 دولارا لتصبح مجموع التكاليف 600 دولارا دون تحقق أى تحسن في تنفيذ المشروع في مدة أقل من 17 يوما .

١ - تأريخ :

١ - اذا كانت البيانات الخاصة بشبكة أعمال ما والتي تعبر عن أحسد مشروعات الصيانة في احدى الشركات وكان الوقت المعتادل والوقت المضغوط والتكلفة الخاصة بكل منهما كما يلي :

النشاط	الأنشطة السابقة على النشاط	الوقت المعتدل التكلفة	الوقت المضغوط التكلفة
A	-	3 50	2 50
B	-	6 140	4 60
C	-	2 50	1 30
D	A	5 100	3 40
E	C	2 55	2 -
F	A	7 115	5 30
G	B, D	4 100	2 70

610

واذا كانت التكاليف غير الباهرة القدرة لكل وقت من أوقات تنفيذه المشروع كما يلي :

7	8	9	10	11	12	وقت المشروع
620	660	700	740	820	900	التكاليف غير المباشرة

فإذا كان من الممكن أن يأخذ النشاط أى وقت يقع ما بين الوقت المعتدل والوقت المضغوط وشرط أن يكون ذلك وقتا صحيحا (أى لا يسمح بالكسور) فالمطلوب استخدام خطوات الحل المنطقية لإيجاد الموازنة بين الوقت والتكلفة مع بيان أن التكاليف الكلية المقابلة لأوقات المشروع المختلفة تكون كما يلي :

7	8	9	10	11	12	وقت المشروع
1620	1530	1470	1430	1470	1510	التكلفة الكلية

٢ - كسر التمرين السابق بفرض أنه يتم تنفيذ كل نشاط اما في الوقت المعتدل أو الوقت المضغوط فقط دون إمكان تنفيذ النشاط في أى وقت يقع بينهما .

٣ - حل المثال السابق شكل (٨ / ٣) اذا كانت البيانات الخاصة بالوقت والتكلفة كما يلي :

الوقت المتاح		الوقت المعتدل		النشاط
تكلفة	وقت	تكلفة	وقت	
300	2	210	4	(0,1)
500	5	400	7	(0,2)
800	4	500	6	(1,2)
800	6	540	8	(1,4)
800	7	500	9	(2,3)
270	4	160	5	(2,4)
300	5	160	6	(3,5)
900	5	600	7	(4,5)

الفصل الرابع

الحل الأمثل لمشكلة الموازنة بين الوقت والتكلفة

Time Cost Trade off Optimal Solution

١ - مقدمة :

لقد بينا في الفصل السابق القواعد المنطقية المستخدمة نسي تحقيق درجة مرضية من الموازنة بين الوقت والتكلفة وسوف نبين في هذا الفصل كيفية تحقيق هذه الموازنة بطريقة مثلى . فالقواعد المنطقية بالفصل الثالث وأن تميزت بإمكانية إيجاد حل سريع وجهود حسابية بسيطة ودون جهد كبير إلا أنها لاتضمن دائما الوصول الى الحل الأمثل .

وننبه القارئ في هذا الصدد الى أن فهم الطريقة المثلى يقتضى توافر خلفية قوية لدى القارئ عن مفاهيم بحوث العمليات بصفة عامة وأساليب السيمبلكس Simplex Method والنظرية الثنائية للبرمجة الخطية Duality Theory of Linear Programming بصفة خاصة . ولذا ننصح القارئ العادى اما استبعاد هذا الفصل أو أن يقتز فوق النواحي الرياضية متعلصة بالفكرة العامة لهذه الطريقة المثلى .

ورغم المحاولات التى بذلت فى تبسيط طريقة عرض الموضوع ، إلا أنه لا مفر من ضرورة عرض الموضوع كما هو وما يحويه من بعض الصعوبات والتحليلات العميقة التى لا يمكن تفاديهها فى هذا الصدد . ولذلك أن نهتم الموضوع بتفاصيله الدقيقة سوف يمكن القارئ من تصميم القواعد

المنطقية التي تلزم لحل المشكلة الخاصة التي تواجهه بطريقة أكثر وأكثر التصاقاً بالطريقة المثلى ، إذ يصبح القارئ في موقف أفضل بكثير عند تحديد خطوات الحل المثلى التي تتفق مع المشكلة محل الدراسة وتلك الخطوات التي تحتاج الى تعديل أو تطوير بسبب سقوط بعض فروض النموذج وعدم انطباقها على المشكلة محل الدراسة . فالطريق المنطقية للحل ما هي في الحقيقة الا تقريب للحل الأمثل عن طريق إسقاط بعض الفروض وبالتالي اجراء التعديل اللازم لمواجهة ذلك .

٢ - نموذج شبكة تدفقات الأعمال :

Network Flow Model :

قبل التصدي للمشكلة محل الدراسة والخاصة بالموازنة بين الوقت والتكلفة ، نود أولاً أن نستعرض نموذج شبكة تدفقات الأعمال والذي ننظر فيه الى وجود تدفقات معينة تمر على أسهم الشبكة ابتداءً من نقطة البداية وانتهاءً بنقطة النهاية . اذن نمرس الى التدفقات المارة على السهم ما بين الحدث 1 والحدث 2 بالرمز f_{12} . كما أننا نفترض أن الحد الأقصى للتدفقات المسموح بها على أحد الأنظمة بالرمز c_{12} أي أن

$$f_{12} \leq c_{12} \quad \forall (1,2) \in A$$

وإن رمزنا الى التدفقات المارة بشبكة الأعمال ابتداءً من الحدث (1) وانتهاءً بالحدث 2 بالرمز v كان معنى ذلك

$$\sum_{j \in A(1)} f_{1j} = v$$

$$\sum_{j \in G(i)} f_{ij} - \sum_{j \in G(i)} f_{ji} = 0$$

$$\sum_{j \in G(n)} f_{jn} = -V$$

$$0 \leq f_{ij} \leq c_{ij}$$

فاذا اعلنا على تعظيم مقدار التدفقات V من حدث البداية الى حدث النهاية ، فانه يمكن التعبير عن النموذج فيها على :

$$\begin{aligned} \max \quad & V \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in G(i)} f_{ij} - \sum_{j \in G(i)} f_{ji} = \begin{cases} V, i=1 \\ 0, i \neq 1, n \\ -V, i=n \end{cases} \\ & 0 \leq f_{ij} \leq c_{ij} \end{aligned}$$

وهذا النموذج يعبر عن مشكلة معروفة وتعتبر من أساسيات علم التدفقات على شبكة الأعمال Flows on Networks والتي تم ايجاد حل أمثل لها بطريقة أقصى تدفقات للعالمين الأمريكيين فورد وفولكرسون Ford and Fulkerson Maximum Flow Algorithm

ولاشك أن النظرة الأولى للنموذج السابق تبين عدم وجود علاقة بالمرّة بين هذه المشكلة الخاصة بتعظيم التدفقات على شبكة الأعمال والمشكلة التي نحن بعددها والخاصة بتحقيق الموازنة بين الوقت والتكلفة . إلا أن ذلك ليس صحيحاً إذ يمكن تحويل مشكلة الموازنة بين * تسمى مجموعة القيود هذه بمجموعة قيود حفظ ووقاية التدفقات Flow Conservation Constraints

الوقت والتكلفة الى مشكلة تعظيم مقدار التدفقات البارة على شبكة
الأعمال وذلك كما سيظهر في الفقرات التالية .

٣ - طريقة الحل بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات
وذلك في حالة التعبير عن العلاقة بين الوقت والتكلفة فسي
شكل علاقة خطية :

Linear Cost-Duration Function- Network Flow

Algorithm :

يقوم هذا النموذج على افتراض أساسي يتمثل في أن الزيادة
في التكلفة مقابل الاسراع في وقت تنفيذ النشاط تأخذ شكل علاقة خطية .
وبالتالي يتم التعبير عن الزيادة في التكلفة مقابل اسراع النشاط (١))
بمقدار وحدة زمن واحدة بالرمز a_{ij} . ويترتب على افتراض هـذه
العلاقة الخطية مجموعة من النقاط نورد ها فيما يلي :-

- ١ - ان هذا الفرض يتميز بالواقعية والبساطة .
- ٢ - أن كثير من الدوال غير الخطية يمكن تقريبها بمجموعة من العلاقات
الخطية المتسقطعة ، وبالتالي فان ايجاد الحل الأمثل في حالة
افتراض توافر علاقة خطية بين الوقت والتكلفة يعد بمثابة حـجـر
الزاوية ونقطة الانطلاق لتحديد حدود الحل الأمثل في حالة وجود
علاقات أخرى غير خطية .

The linear Case is the fundamental building
block in achieving bounds on the optimum
under non-linear cost functions.*

(*) Salah Elmaghraby, Activity Networks, John
Wiley & sons, 1977, P.61.

٣ - ان افتراض وجود علاقة خطية يمكننا من استخدام نظرية البرامج الخطية والتالى امكانية الاستفادة من النتائج المديدة الخاصة بهذه النظرية ذات القواعد الصلبة والمبينة على تحليلات كاملة ودقيقة .

٤ - انها تمكننا بذلك من انشاء منحني الحد الأدنى المبرر عن الزيادة في التكاليف لجميع الأوقات الممكن تحقيقها ، الأمر الذى يمكننا من الاجابة على كل الاسئلة التى تثار بالنسبة لهذه المشكلة والتى يمكن ذكرها فيما يلى :

- ماهو مقدار الوقت المسبح به لكل نشاط بحيث يمكن اتمام المشروع في ميعاد محدد مقدما وأقل قدر من التكاليف ؟
- ماهو الوقت الذى يمكن تنفيذ المشروع في حدوده ، وذلك في ظل ميزانية محددة مقدما ؟
- ماهى مقدار الزيادة الحديثة في التكاليف كنتيجة لتخفيض وقت المشروع عن ميعاد سبق تحديده ؟
- هل تختلف مجموعة الأنشطة المعبرة عن عنق الزجاجة باختلاف وقت تنفيذ المشروع أم تظل مجموعة الأنشطة هذه كما هى ؟

٤ - النموذج الرياضى : The Mathematical Model

يمكن التعبير عن العلاقة بين الوقت $T_{1,j}$ والتكلفة $C_{1,j}$ لجميع الأنشطة $(1,j) \in A$ (حيث تعبر A عن مجموعة الأنشطة في شبكة الأعمال) كما يلى :

$$c_{1j} = b_{1j} - a_{1j} \cdot y_{1j}, \quad l_{1j} \leq y_{1j} \leq u_{1j},$$

$$a_{1j}, b_{1j} \geq 0$$

وإذا رمزنا إلى وقت تحقق الحدث j بالرمز t_j كان معنى ذلك أن

$$t_j \geq t_1 + y_{1j} \quad \forall (1j) \in A, \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

$$t_1 = 0$$

وبالتالي يتم التعبير عن المشكلة في شكل نموذج رياضي يهدف إلى تحديد أوقات الأنشطة y_{1j} وكذا تحديد أوقات تحقق الأحداث $\{t_j\}$ وذلك بالشكل الذي يحقق أقل زيادة ممكنة في التكاليف Z نتيجة الالتزام بتنفيذ المشروع في وقت محدد T وذلك كما يلي :

$$\min Z = \sum_{(1j) \in A} C_{1j} = \sum_{(1j) \in A} (b_{1j} - a_{1j} y_{1j})$$

ألا أن تدينه Z يعني مايلي :

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{(1j) \in A} (b_{1j} - a_{1j} y_{1j}) \\ &= \sum_{(1j) \in A} b_{1j} - \sum_{(1j) \in A} a_{1j} y_{1j} \\ &= - \sum_{(1j) \in A} a_{1j} y_{1j} + \text{constant} \end{aligned}$$

$$\sum_{(1j) \in A} a_{1j} y_{1j} \quad \text{يعنى تعظيم} \quad \sum_{(1j) \in A} a_{1j} y_{1j}$$

والتالى يتم التعبير عن النموذج الرياضى كما يلى :

$$\max_{s.t.} Z = \sum_{(ij) \in A} a_{ij} \cdot y_{ij}$$

$$t_1 - t_n + y_{1j} < 0$$

$$y_{ij} < u_{ij}$$

$$y_{ij} \geq l_{ij}$$

$$t_n = T$$

مطابقة الحال يمكن كتابة $-l_{ij} < y_{ij} < u_{ij}$ بدلا من $y_{ij} > l_{ij}$ كما أن قيمة T يجب أن تكون فى الحدود الممكنة المسموح بها والتى

يمكن التعبير عنها رياضيا كما يلى :

$$\underline{T} = (t_n | y_{ij} = l_{ij}) < T < \bar{T} = (t_n | y_{ij} = u_{ij})$$

اذ تعبر \underline{T} عن الحد الادنى لامكانية تنفيذ المشروع والذى

يتحقق فى حالة الالتزام بتنفيذ الأنشطة عند حدودها الدنيا ، كما تعبر \bar{T} عن الحد الأعلى لامكانية تنفيذ المشروع والذى يتحقق فى حالة تنفيذ الأنشطة فى أوقاتها القصوى الممكنة والمتاحة لها . وأخيرا يمكن كتابة القيود $t_n = T$ على الشكل $-t_1 + t_n = T$ وذلك فى حالة افتراض أن نقطة البداية هى نقطة الصفر أى أن $t_1 = 0$ كما أنه يمكن أيضا كتابة هذا القيد الأخير على شكل $t_1 + t_n \leq T$ اذ سوف تضمن دالة الهدف تحقق حالة التساوى بالنسبة لهذا القيد .

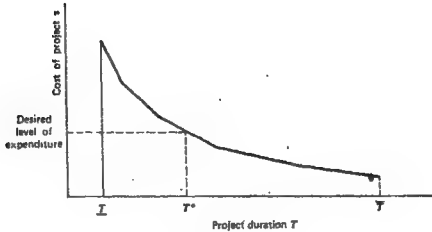
وتكون الصورة النهائية للنموذج بعد أخذ النقاط السابقة نرى

الحسان كما يلي :

$$\begin{array}{ll} \max & = \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} y_{ij} \\ \text{s.t.} & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Dual Variables} \\ t_i - t_j + y_{ij} = 0 \quad f_{ij} \\ -t_1 + t_n = T \\ y_{ij} \leq u_{ij} \quad g_{ij} \\ -y_{ij} \leq l_{ij} \quad h_{ij} \end{array}$$

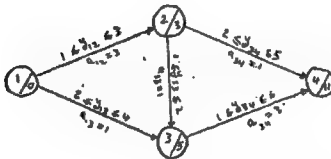
ويمكن استخدام نظرية البرمجة الخطية في حل النموذج الرياضي السابق وإيجاد قيمة T لكل قيمة محددة من قيم T ، كما أنه يمكن تحديد قيم y_{ij} لأي قيمة من القيم التي يمكن أن تأخذها وذلك بالنظر إلى المشكلة على أنها مشكلة برمجة خطية متعددة المعالم Parametric Linear Prog. Prob .

وبإمكان النظر في النموذج السابق نجد أنه يتميز بمجموعة من الخصائص التي تستأهل معاملته معاملة خاصة ، إذ تنحصر معاملات هذا النموذج في -1 ، 0 ، 1 فقط ، وقد استرعت هذه الخصائص الخاصة بالنموذج العالم الرياضي الكبير فولكورسن والذي أمكنه استغلال هذه الخصائص في الوصول إلى طريقة حل مثلى لتحديد منحني العلاقة $(C - T)$ شكل (١/٤) دون ما حاجة إلى اللجوء إلى الحلول المطلوبة في حالة استخدام البرامج الخطية بشكل مباشر .



شكل (١/٤)

ويمكن توضيح النموذج الرياضي السابق بالتطبيق
على المثال التالي شكل (٢/٤) .



شكل (٢ / ٤)

فتكون معادلات النموذج الخاص بهذا المثال كما يلي :

Obj. Value

$$\text{Max } Z = 0t_1 + 0t_2 + 0t_3 + 0t_4 + 3y_{12} + y_{13} + y_{23} + y_{34} + 3y_{34}$$

s.t.

$$t_1 - t_2$$

$$t_1 - t_3$$

$$t_2 - t_3$$

$$t_3 - t_4$$

$$t_3 + t_4$$

$$-t_1$$

$$\leq 0$$

$$\leq 0$$

$$\leq 0$$

$$\leq 0$$

$$\leq 0$$

$$\leq 7$$

$$\leq 3$$

$$\leq 4$$

$$\leq 2$$

$$\leq 5$$

$$\leq 6$$

$$\leq -1$$

$$\leq -2$$

$$\leq -0$$

$$\leq -2$$

$$\leq -1$$

$$t_{12}$$

$$t_{13}$$

$$t_{23}$$

$$t_{34}$$

$$y_{12}$$

$$y_{13}$$

$$y_{23}$$

$$y_{34}$$

$$y_{12}$$

$$y_{13}$$

$$y_{23}$$

$$y_{34}$$

$$h_{12}$$

$$h_{13}$$

$$h_{23}$$

$$h_{34}$$

$$h_{34}$$

٥ - خطوات فولكورسون للحل :

Fulkerson Network Algorithm :

تمثل الفكرة الأساسية للحل في النظر الى النموذج الثنائي للمشكلة بدلا من النظر الى النموذج الأصلي ، اذ يمكن لفولكورسون التعبير عن هذا النموذج الثاني في شكل مشكلة تحديد أقصى تدفقات يمكن دفعها على شبكة أعمال والتي قد منها في بداية هذا الفصل وبالتالي يمكن استخدام طريقة أقصى تدفقات لفورد وفولكورسون في الوصول الى الحل الأمثل Ford and Fulkerson max.flow Alg. وسوف نعين النموذج الثاني للمثال السابق في الصفحة التالية وذلك كمجهود لبهان النموذج الثاني في شكله العام .

وتكون جميع المتغيرات في النموذج الثاني أكبر من أو تساوي صفر non - negative . حيث أن جميع قيود المسألة الرئيسية على شكل أقل من أو تساوي ، كما يتم التعبير عن قيود المسألة الثنائية في شكل مساويات ويرجع ذلك الى أن متغيرات المسألة الرئيسية غير محدودة الاشارة Unrestricted in sign وبالرجوع الى النموذج العام للمسألة الرئيسية فانه يمكن التعبير عن النموذج الثاني الخاص

بها كما يلي :

$$\min z = Tv + \sum_{(ij) \in A} u_{ij} g_{ij} - \sum_{(ij) \in A} f_{ij} b_{ij}$$

$$s.t. \quad f_{ij} + g_{ij} - h_{ij} = a_{ij} \quad \forall (ij) \in A$$

$$\sum_j [f_{1j} - f_{j1}] = \begin{cases} v, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -v, & i = n \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \min & 3\sigma f_{12} + \sigma f_{13} + \sigma f_{24} + \sigma f_{34} + 7V + 3g_2 + 4g_3 + 2g_{33} + 5g_4 + 6g_{34} + 12h_{12} - 2h_{13} - 2h_{23} - 2h_{34} & \text{Oval} \\
 i=1 & f_1 + f_{12} + f_{13} & = 0 \quad f_1 \\
 i=2 & -f_2 + f_{23} + f_{24} & = 0 \quad f_2 \\
 i=3 & -f_3 - f_{23} + f_{34} & = 0 \quad f_3 \\
 i=4 & -f_4 + f_{34} + 2V & = 0 \quad f_4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 f_{12} & + g_{12} + g_{13} & = 3 \quad g_{12} \\
 f_{13} & + g_{13} + g_{23} & = 1 \quad g_{13} \\
 f_{23} & + g_{23} + g_{24} & = 1 \quad g_{23} \\
 f_{24} & + g_{24} + g_{34} & = 1 \quad g_{24} \\
 f_{34} & + g_{34} & = 3 \quad g_{34}
 \end{array}$$

ونشير هنا الى وجود مجموعة من الملاحظات الخاصة بهذا النموذج نوردها فيما يلي :

١ - اذ نظرنا الى المتغيرات x_{ij} على أنها بمثابة تدفقات تمر على شبكة الأعمال فان الـ n قيد الأخيرة تكون هيسمى مجموعة حفظ وبقايات التدفقات
- Flow Conservation constraints

٢ - لن تأخذ المتغيرات g_{ij}, h_{ij} قيم موجبة بما وفي نفس الوقت في أى حل أمثل ، أى أنه اذا أخذت المتغيرات g_{ij} قيم موجبة فان المتغيرات h_{ij} المقابلة تأخذ القيمة صفر والعكس اذا أخذت المتغيرات h_{ij} قيم موجبة فان المتغيرات g_{ij} المقابلة تأخذ القيمة صفر.

فاذا كانت $h_{ij} > 0$ فانه يمكن بيان أن هناك دائما حل مماثل ان لم يكن أفضل وذلك عن طريق انقاص g_{ij} ، h_{ij} بالمقدار h_{ij} فيصبح التغير h_{ij} مساويا للصفر بقاء $g_{ij} \geq 0$ ويمكن توضيح ذلك بمثال كما يلي :

نفرض أن $g_{ij} = 15$ ، $h_{ij} = 7$ فيكون الفرق $g_{ij} - h_{ij} = 8$ في دالة الهدف أكبر دائما من حالة تخفيض كل من g_{ij} ، h_{ij} بالمقدار h_{ij} فيكون هذا الفرق في المثال السابق مساويا لـ $15 - 7 = 8$ وهو أكبر دائما من $u_{ij} - 7$ في حالة التخفيض ، إذ نجد أن $15 - 7 = 8 + 7u_{ij} - 7$ since $7(u_{ij} - 1) > 0$
 $8 > 8u_{ij}$

وبالمثل في حالة $g_{1j} > 0$ فإنه يمكن إيجاد حل مماثل أن
 لم يكن أفضل وذلك عن طريق انقاص g_{1j} بالقيمة h_{1j}
 ليصبح هذا التغير الأخير مساوياً للصفر ، فإذا كان
 $h_{1j} = 0$ ، فإنه يمكن بيان أن :
 $h_{1j} > -2l_{1j} - 10g_{1j} - 8$ وذلك كما يلي

$$8u_{1j} - 10l_{1j} = 8u_{1j} - 8l_{1j} - 2l_{1j}$$

$$> -2l_{1j} \text{ since } 8(u_{1j} - l_{1j}) > 0$$

ويمكن الوصول الى نفس النتيجة السابقة والخاصة بأن أحد
 المتغيرات h_{1j} ، g_{1j} سوف يأخذ القيمة صفر وذلك عن طريق
 استخدام نظرية الركود المكمل Complementary slackness
 (CST) إذ أنه في حالة تحقق $g_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن
 $u_{1j} = y_{1j}$ ، وبالتالي فإن $-l_{1j} < y_{1j} -$ (طالما أن الحد
 الأعلى u_{1j} أكبر من الحد الأدنى $-l_{1j}$) وبالتالي يكون التفسير
 $h_{1j} = 0$ ، وبالمثل إذا كان $h_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن
 $-l_{1j} = y_{1j} -$ ، وبالتالي $y_{1j} < u_{1j}$ الأمر الذي يؤدي الى أن
 يأخذ التغير g_{1j} القيمة صفر .

ويتربط على أنه أما أن تأخذ المتغيرات g_{1j} أو h_{1j} القيمة
 صفر، الى النظر الى مجموعة القيود الخاصة بالأنشطة الخاصة بشبكة
 الأعمال كما يلي :

* يرجع في الإثبات الى Complementary Slackness Th.

- أن $f_{1j} \geq a_{1j}$ أو أن $f_{1j} < a_{1j}$ على أن يعتبر المتغير g_{1j} بمثابة المتغير الراك Slack variable ويعتبر المتغير h_{1j} على أنه المتغير الزاى Surplus variable.

- أنه في حالة $h_{1j} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$g_{1j} = a_{1j} - f_{1j}$$

وأنه في حالة $g_{1j} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$h_{1j} = f_{1j} - a_{1j}$$

وأنه في حالة $h_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن $a_{1j} - f_{1j} < 0$ ونفس حالة $g_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن $f_{1j} - a_{1j} < 0$ ، وبالتالي فإنه يمكن التعبير عن المتغيرات g_{1j} ، h_{1j} كما يلي :

$$g_{1j} = \max [0 ; a_{1j} - f_{1j}]$$

$$h_{1j} = \max [0 ; f_{1j} - a_{1j}]$$

فإذا نظرنا إلى f_{1j} كما سبق أن ذكرنا على أنها تمثل التدفقا المارة على السهم (1j) ، فإنه يكون من المنطق النظر إلى a_{1j} على أنها الطاقة الخاصة بالسهم (1j) وتكون بذلك g_{1j} بمثابة الطاقة الغير مستغلة على السهم (1j) و h_{1j} بمثابة التدفقات الزائدة عن الطاقة a_{1j} .

وحيث أن a_{1j} هو مقدار ثابت محدد مقدما كان معنى ذلك أن المتغير g_{1j} يكون خطيا في f_{1j} وذلك في المسمى f_{1j} $a_{1j} > f_{1j} > 0$ بينما يكون المتغير h_{1j} خطيا في f_{1j}

ولكن في المدى $+\infty < f_{1j} < a_{1j}$ وبالتالي يمكن إعادة كتابة دالة الهدف للنموذج السابق لتصبح

$$\min z = TV + \sum_{(ij)} u_{1j} \cdot \max(0, a_{1j} - f_{1j}) - \sum_{(ij)} l_{1j} \max(0, f_{1j} - a_{1j})$$

وبالتالي تكون دالة الهدف دالة خطية في حجم التدفقات TV ودالة

خطية متقطعة Piece - Wise linear في f_{1j}

فاذا كانت f_{1j} تعبر عن التدفقات f_{1j} التي هي

حدود الطاقة a_{1j} و f_{1j} تعبر عن التدفقات f_{1j} التي

تتفوق الطاقة a_{1j} أي أن :

$$f_{1j} = f_{1j} \quad \text{for} \quad 0 \leq f_{1j} \leq a_{1j} \quad (1)$$

$$f_{1j} = f_{1j} \quad \text{for} \quad f_{1j} > a_{1j} \quad (2)$$

كان معنى ذلك أن :

$$f_{1j} = f_{1j}^{(1)} + f_{1j}^{(2)} \quad (1) \quad (2)$$

وبالتالي يمكن إعادة التعبير عن الحد الثاني والثالث في دالة

$$\sum_{(ij)} u_{1j} \cdot \max(0, a_{1j} - f_{1j}) = \sum_{(ij)} u_{1j} (a_{1j} - f_{1j}^{(1)}) \quad (1)$$

$$= - \sum_{(ij)} u_{ij} f_{ij}^{(1)} + \text{constant}$$

$$\sum_{(ij)} l_{ij} \cdot \max(0; f_{ij} - a_{ij}) = \sum_{(ij)} l_{ij} f_{ij}^{(2)}$$

يمكن النموذج التالي للمشكلة محل الدراسة في الشكل النهائي

التالى :

$$\min z = TV - \sum_{(ij)} u_{ij} f_{ij}^{(1)} - \sum_{(ij)} l_{ij} f_{ij}^{(2)}$$

s.t. + Constant

$$\sum_{j \in Q(i)} (f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)}) - \sum_{j \in Q(i)} (f_{ji}^{(1)} + f_{ji}^{(2)}) = \begin{cases} v_i = 1 \\ 0, i \neq 1, n \\ -v_i, i = n \end{cases}$$

(1)

$$0 \leq f_{ij} \leq a_{ij}$$

(2)

$$0 \leq f_{ij} < +\infty$$

وبعد هذا العرض السابق فإنه يمكن تلخيص ما سبق فيما يلي :

أن النموذج الخاص بالمشكلة يشتمل فيما يلي :

$$\text{maximize } z(T) = \sum_{(ij) \in A} a_{ij} y_{ij}$$

s.t.

	Dual Variables
$t_i - t_j + y_{ij} \leq 0$	f_{ij}
$-t_1 + t_n \leq T$	ϵ
$y_{ij} \leq u_{ij}$	g_{ij}
$-y_{ij} \leq -l_{ij}$	h_{ij}

وأن النموذج الخاص بالسألة الثنائية بعد التعبير عن المتغيرات y_{ij} و h_{ij} بقيمتها يأخذ الشكل التالي :

$$\text{minimize } Tr = \sum_{(ij)} (u_{ij} f_{ij}^{(1)} + l_{ij} f_{ij}^{(2)}) + \text{const}$$

s.t.

$$\sum_{j \in d(i)} (f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)}) = \sum_{j \in \Phi(i)} (f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)}) = \begin{cases} c_i & i = 1 \\ 0 & i \neq 1, n \\ -c_i & i = n \end{cases}$$

$$0 < f_{ij}^{(k)} < a_{ij}^{(k)}, \quad k = 1, 2, \text{ all } (ij) \in A$$

ويمكن تطبيق ذلك على المثال السابق ليصبح النموذج الثنائي كما في الصفحة التالية :

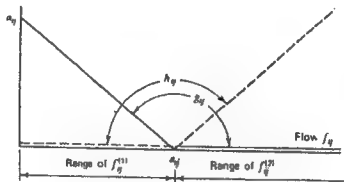
ورغم اختفاء المتغيرات g_{1j} و h_{1j} من النموذج الثائسي
 إلا أنهما موجودين بطريقة غير مباشرة ، بل انه من دراسة العلاقة بين
 النموذج الرئيسى والنموذج الثائسي يتبين مجموعة من الحقائق التى سبق
 شرحها والتى نوجزها فيها على :

١ - أن أخذ المتغير g_{1j} لقيمة موجبة أى $g_{1j} > 0$ يعنى مايلى :

$$- \text{ أن } h_{1j} = 0$$

$$- \text{ أن } y_{1j} = u_{1j} \text{ من نظرية الركود الكلية (CST) .}$$

- أن قيمة g_{1j} تمثل المجال range الخاص بالمتغير $f_{1j}^{(1)}$ شكل (٣/٤)



شكل (٣/٤)

كما أننا يمكن أن نستنتج مباشرة من تطبيق نظرية الركود
 الكلية (CST) مايلى :

$$\text{if } t_i - t_j + u_{ij} < 0 \Rightarrow f_{ij}^{(1)} = 0;$$

$$\text{if } 0 < f_{ij}^{(1)} < a_{ij} \Rightarrow t_i - t_j + u_{ij} = 0$$

وبالتالى اذا عبرنا عن المقدار $t_i - t_j + u_{1j}$ بالرمز s_{1j} (1)

أى أن :

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{ij}^{(1)}$ يسمح لها أن تأخذ قيم موجبة
إذا ما أخذ المتغير $s_{ij}^{(1)}$ القيمة صفر .

$$f_{ij}^{(1)} > 0 \text{ is permissible only if } s_{ij}^{(1)} = 0$$

٢- أن أخذ المتغير h_{ij} القيم موجبة أى $h_{ij} > 0$ يعنى ما يلى :

$$s_{ij} = 0 \quad \text{أن} \quad -$$

$$v_{ij} = l_{ij} \quad \text{أن} \quad -$$

(2) - أن قيمة h_{ij} تمثل المجال range الخاص بالمتغير f_{ij}
شكل (٣/٤) .

وبالمثل يمكن أن نستنتج مباشرة من نظرية الركود المكحلة (CST)

ما يلى :

$$\text{if } t_i - t_j + l_{ij} < 0 \quad f_{ij}^{(2)} = 0$$

$$\text{if } f_{ij}^{(2)} > 0 \implies t_i - t_j + l_{ij} = 0$$

وإذا عبرنا عن المقدار $t_i - t_j + l_{ij}$ بالرمز $s_{ij}^{(2)}$ أى أن

$$s_{ij}^{(2)} = t_i - t_j + l_{ij}$$

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{ij}^{(2)}$ يسمح لها أن تأخذ
قيم موجبة إذا ما أخذ المتغير $s_{ij}^{(2)}$ القيمة صفر .

$f_{1j}^{(2)} > 0$ is permissible only if $s_{1j}^{(2)} = 0$,
and $f_{1j}^{(1)} = a$

وبالتالى فان تحديد التدفقات المارة من نقطة البداية الى نقطة
النهاية والشكل الذى يؤدى الى تدنية قيمة دالة الهدف يقتضى
الساح للتدفقات $f_{1j}^{(1)}$ أن تأخذ قيم موجهه بالنسبة للانشطة التى
تساوى أوقاتها بالحدود القصوى المسموح بها أى $y_{1j} = u_{1j}$
وأن يسمح للتدفقات $f_{1j}^{(2)}$ أن تأخذ قيم موجهه بالنسبة للانشطة التى
تساوى أوقاتها بالحدود الدنيا المسموح بها أى $y_{1j} = l_{1j}$ ويكون
ذلك أى $f_{1j}^{(2)} > 0$ بالنسبة للاسهم التى يتحقق عندها التساوى
ما بين $f_{1j}^{(1)}$ و a_{1j} .

وبالتالى يتم احلال كل سهم من أسهم شبكة الأعمال والذي له
تكلفة حديه محدودة a_{1j} بسهمين الأول له طاقة قدرها a_{1j} والثانى
له طاقة غير محدودة .

وطالما أن التدفقات المدفوعة من حدث البداية الى حدث النهاية

$$U = \sum_{j \in G(1)} f_{1j} = \sum_{i \in G(n)} f_{in}$$

فانه يمكن تقسيم التدفقات المارة هذه من نقطة البداية الى نقطة
النهاية بالتدفقات $f_{1j}^{(1)}$ المارة على الأسهم ذات الطاقة القصوى
 a_{1j} والتدفقات $f_{1j}^{(2)}$ المارة على الاسهم ذات الطاقة غير
المحدودة ، وذلك بالشكل الذى يحقق شروط الأمثلية السابق بيانها .
ويكون السؤال هنا كيف يمكن تحديد قيم هذه التدفقات السابقة

لجميع الاوقات T الواقعة ما بين الحد الأدنى والحد الأعلى أى
لجميع

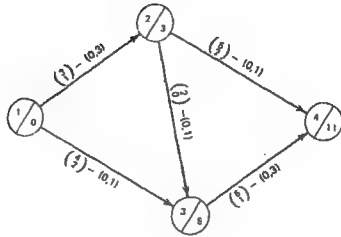
$$T \in [T, \bar{T}]$$

يتم ذلك فى الخطوات الثلاث الآتية :

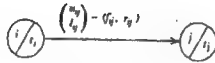
(١) تحديد مدى إمكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع لكن يتم فى الوقت
• $T < \bar{T}$ •

(٢) ترميز labeling الأنشطة التى تسبب اقل زيادة فى التكاليف
فى حالة الرغبة فى الاسراع فى تنفيذها •

(٣) اجراء التخفيض فى وقت المشروع • يتم ذلك عن طريق نظام
فرعى يقوم بتحديد التغيرات التى تحدث فى وقت تحقيق
الحلقات (الأحداث)
the node time change
subroutine وسوف يتم شرح هذه الخطوات على شبكة
الأعمال شكل (٤/٤) •



The Network



شكل (٤ / ٤)

الخطوة الاولى : التحقق من مدى امكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع:

Determining the feasibility of $T < \bar{T}$:

اذ لا يمكن تحقيق أى تخفيض فى وقت تنفيذ المشروع اذا ما كان الوقت الخاص بتنفيذ جميع الأنشطة العرجية للمشروع عند حدودها الدنيا، ويكون ذلك صحيحا اذا ما كان من الممكن دفع تدفقات قدرها (∞) على المسار العرج من حدث البداية الى حدث النهاية أى أنه $x_{ij}^{(2)} > \infty$ وتأخذ قيمة لانهاية (∞) وهذه الاخيرة تعنى أن $s_{ij}^{(2)} = 0$ على جميع الأنشطة العرجية أى يتم تنفيذ جميع الأنشطة العرجية عند حدودها الدنيا والتالى لاجال لامكانية تخفيض وقت المشروع

breakthrough والتالى لا يكون هناك مجال لتحسين قوى تخفيض اضافى فى وقت تنفيذ المشروع .

واذا انتهت عملية الترميز بالحالة الأولى - حالة عدم الانجاز - فيقتضى الامر البحث عن الأنشطة التى يمكن تخفيض وقت تنفيذها بحيث تكون الزيادة فى التكاليف أقل ما يمكن ، وهو ما ستم فى الخطوة الثانية .

وقبل الانتقال الى الخطوة الثانية نبين تطبيق الخطوة الأولى على المثال فنجد أن :

$$s_{12}^{(2)} = 0 - 3 + 1 < 0$$

$s_{13}^{(2)} = 0 - 5 + 2 < 0$
 الأمر الذى يعنى عدم إمكانية دفع تدفقات مقدارها ∞ ، أى أن هناك مجال لتخفيض وقت تنفيذ المشروع عن الوقت الحالى وهو 11 يوماً .

الخطوة الثانية: ترميز الأنشطة التى تسبب أقل زيادة فى التكاليف :

Labeling for Minimum-Cost Activities Subroutine:

١ - تبدأ الأنشطة بوقت يمثل حداها الأقصى ، كما نبدأ بعدم وجود أى تدفقات ، أى أن :

$$v_{ij} = u_{ij} \quad , \quad f_{ij} = 0 \quad \forall (ij)$$

٢ - يتم ترميز الحلقات وذلك كما يلى :

١/٢ - ترمز الحلقة (١) دائماً بـ (٠, ∞)

٢/٢ - بالنسبة لأي حلقة 1 تم ترميزها * نقوم بترميز الحلقات المتصلة بها في الاتجاه \rightarrow وفقاً للحالتين التاليتين:

$$1/2/2 - \text{إذا كانت } s_{1j}^{(1)} = 0, r_{1j} < a_{1j}$$

ففي هذه الحالة يتم ترميز 1 بـ (1, q_j)
أي يمكن دفع التدفقات q_j من الحلقة 1 وتتحدد q_j كما يلي:

$$q_j = \min(q_1, r_{1j}), r_{1j} = a_{1j} - r_{1j}^{(1)}$$

اذ يتحدد الحد الأقصى للتدفقات الممكن دفعها في ضوء التدفقات التي تم دفعها الى الحلقة 1 وهي q_1 وفي ضوء ما يمكن دفعه على النشاط (1j) والذي يتصل في المتبق من الطاقة a_{1j} بعد طرح التدفقات الموجودة $r_{1j}^{(1)}$

$$(2) \quad 2/2/2 - \text{إذا كانت } s_{1j} = 0$$

وفي هذه الحالة يتم ترميز الحلقة 1 بـ (1, q_j)
حيث $q_j = q_1$ * اذ في هذه الحالة الأخيرة يمكن دفع
أي كمية على النشاط (1j) * والتالي تتوقف q_j
فقط على المتاح من تدفقات لدى الحلقة 1 والتي يمكن
بالتالي دفعها الى الحلقة 1.

٣/٢ - بالنسبة لأي حلقة 1 تم ترميزها فالتا نقوم بترميز الحلقات المتصلة بالحلقة 1 في الاتجاه \rightarrow 1 * أي نفس

هذه الحالة تم ترميز الحلقة j بالقيمة q_j علماً بأن
الحلقة 1 السابقة على الحلقة j لم يتم ترميزها، ويتم
هذا الترميز للحلقة 1 كما يلي :

$$s_{1j}^{(1)} = 0 \quad \text{إذا كانت } 1/3/2$$

ففي هذه الحالة يتم ترميز الحلقة 1 بـ (q_1, j)

$$q_1 = \min (q_j, f_{1j}^{(1)}) \quad \text{حيث } q_1 \text{ تساوى}$$

$$s_{1j}^{(2)} = 0 \quad \text{إذا كانت } 2/3/2$$

ففي هذه الحالة يتم ترميز الحلقة 1 بـ (q_1, j) حيث

$$q_1 = \min (q_j, f_{1j}^{(2)}) \quad \text{حيث } q_1 \text{ تساوى}$$

وهو ذي هذا الترميز العكس للحلقة 1 من الحلقة j الى
اعادة رد بعض التدفقات التي كان قد سبق دفعها على السهم $(1, j)$
عندما كان جزءاً من المسار الحرج السابق .

ونستمر في عملية الترميز حتى نصل الى أحد الحالات الثلاث التالية
- انجاز الحلقة n بتدفقات q_n

Breakthrough to n with finite q_n

ويعني هذا الى امكانية دفع التدفقات q_n من حدث البداية الى
حدث النهاية على مسار يطلق عليه مسار زيادة التدفقات
flow augmenting path

والتالى يتم تعديل الطاقة المتبقية ويتم شطب الترميزات السابقة
ماعددا الحلقات التى تم ترميزها بـ ∞ ثم نعود الى تكرار عمليات
الترميز وفقا للتدفقات الجديدة .

ب- انجاز الحلقة n بتدفقات لانهاية $q_n = \infty$

Breakthrough to n with $q_n = \infty$

وهنا يتم التوقف حيث لا يمكن اجرا أى مزيد من التخفيض فى وقت
تنفيذ الشروع .

- عدم تحقيق انجاز Nonbreakthrough condition

وهى هذه الحالة تنتقل الى الخطوة الثالثة فى برنامج الحل .
وعادة ما نصل الى حالة عدم الانجاز هذه بعد تحقق عدة انجازات للحلقة
n بتدفقات محدودة q_n . وتؤدى حالة عدم الانجاز هذه الى تحديد
مجموعة الانشطة الفاصلة (C) outset والتى تفصل مجموعة
الحلقات المرغوة عن مجموعة الحلقات غير المرغوة .

ويمكن بيان كيفية تطبيق هذه الخطوة على المثال السابق كما يلى :

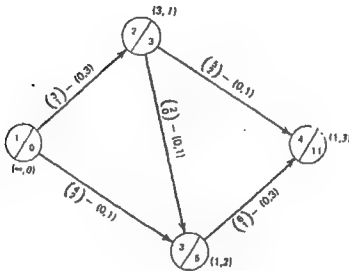
(1) $s_{12} = 0$, $f_{12}^{(1)} = 0$ - والتالى يتم ترميز الحلقة (2)
بـ (3, 1) واذ أن $r_{11} = 3$.

(2) $s_{13} < 0$ والتالى $s_{13}^{(2)} < 0$ أى لا مجال لترميز الحلقة (3)
- من الحلقة (1) .

(3) $s_{23}^{(1)} = 0$ $f_{23}^{(1)} = 0 < 1$ -
 (1, 2) -

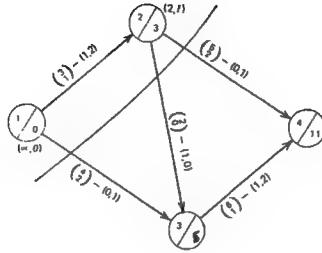
(1) $s_{24}^{(1)} = 0$ -
 أى عدم إمكانية تمييز (4) من (2).

(1) $s_{34}^{(1)} = 0$ -
 أى يتم تمييز الحلقة الرابعة بـ (1, 3) وذلك
 كافى الرسم .



شكل (٥ / ٤)

يتم بعد ذلك تعديل الطاقة الفائضة على كل تقاطع
 residual capacity ثم تكرر عملية التمييز ، والتي انتهت
 فى المثال السابق بحال عدم انجاز وذلك كما فى شكل (٦ / ٤) .



شكل (٦/٤)

وتتكون بذلك المجموعة الفاصلة من الأنشطة (2,4) (2,3)
(1,3) أي أن :

$$G = \{(1,3), (2,3), (2,4)\}$$

الخطوة الثالثة : النظام الفرعي الخاص بتغيير وقت تحقق الحلقات :

The Node Time-Change Subroutine :

يتم تطبيق هذا النظام الفرعي في حالة عدم تحقق أي انجساز
non breakthrough ، أي في حالة عدم إمكان دفع تدفقات من
حدث البداية إلى حدث النهاية ، إذ يتم في هذه الحالة تقسيم حلقات
شبكة الأعمال إلى حلقات تم تمييزها وحلقات لم يتم تمييزها وتكون المجموعة

الفصلية هي مجموعة الأنشطة الواصلة ما بين هذه الحلقات التي تسمى ترميزها وتلك التي لم يتم ترميزها وذلك كما في شكل (٦/٤) . وتحتوي Z_1 كذلك على مجموعتين من الأنشطة Z_1, Z_2 حيث تعتبر Z_1 عن الأنشطة (ij) الواصلة بين الحلقات i التي تم ترميزها والحلقات j التي لم يتم ترميزها ويتم ذلك في الاتجاه $j \rightarrow i$ وتكونون $S_{ij}^{(k)} < 0$ حيث $k = 1, 2$ أي أن

$$Z_1 = \left\{ (ij) : i \text{ labeled, } j \text{ not labeled, } S_{ij}^{(k)} < 0 \right\}$$

وتعتبر Z_2 عن الأنشطة (ij) الواصلة بين الحلقات التي لم يتم ترميزها والحلقات j التي تم ترميزها وتكونون $S_{ij}^{(k)} > 0$ ، $k = 1, 2$ أي أن :

$$Z_2 = \left\{ (ij) : i \text{ not labeled, } j \text{ labeled, } S_{ij}^{(k)} > 0 \right\}$$

وبتم استبعاد حالة $S_{ij} = 0$ ، $k = 1, 2$

يتم حساب b_1, b_2, b كما يلي :

$$b_1 = \min_{Z_1} (- S_{ij}^{(k)})$$

$$b_2 = \min_{Z_2} (S_{ij}^{(k)})$$

$$b = \min (b_1 , b_2)$$

على أن يتم تخفيض وقت تحقق الحلقات التي يتم ترميزها بالعقدار b أي تغيير $\{t_j\}$ لتصبح $\{t_j - b\}$ ثم يتم ضبط عمليات الترميز

السابقة كلها باستثناء تلك التي تم تمييزها بالقدار ∞ ، وعلى أن تعود الى الخطوة الثانية وهكذا حتى يتم التحليل .

ويمكن توضيح هذا النظام الفرعي لتغيير وقت تحقق الحلقات فيما يلي :

- تعبر المجموعة Z_1 عن الانشطة $(1j)$ الواصلة بين كل الحلقات j التي لا يمكن دفع تدفقات البها عن طريق الحلقات 1 التي تم تمييزها وذلك بسبب أن $s_{1j}^{(k)} < 0$ أي أن :

$$t_1 - t_j + u_{1j} < 0 , t_1 - t_j + l_{1j} < 0 \text{ أي أن:}$$

$$t_1 + l_{1j} < t_j , t_1 + u_{1j} < t_j$$

والتالي يتم تحديد s_1 لتثل أقل وقت يلزم لانقاص وقت تحقق الحدث j بحيث تصبح $s_{1j}^{(k)} = 0$ والتالي إمكان دفع تدفقات من $j \rightarrow i$ وهنا إذ كانت s_1 خاصة بـ s_{1j} كان معناه أن النشاط $(1j)$ سوف يصبح نشاطا حرجا عند حده الأعلى u_{ij} وإذا كانت s_1 خاصة بـ $s_{1j}^{(2)}$ كان معناه أن النشاط $(1j)$ سوف يضغط الى حده الأدنى l_{1j} .

- تعبر المجموعة Z_2 عن الانشطة الواصلة بين الحلقات 1 السابقة على الحلقات j التي تم تمييزها رغم عدم تمييز الاحداث 1 والتي يمكن رفع بعض الوقت الى هذه الانشطة ، إذ لم يعد هناك حاجة الى الأسراع في تنفيذها . ويرجع ذلك الى أن $s_{ij}^{(k)} > 0$ أي أن

$$\text{أى أن } t_1 - t_j + 1_{1j} > 0, \quad t_1 - t_j + u_{1j} > 0$$

$t_1 + 1_{1j} > t_j$, $t_1 + u_{1j} > t_j$
 والتالى يتم تحديد δ_2 لتمثل أقل وقت يمكن زيادته على
 النشاط $1j$ وذلك عن طريق انقاص وقت تحقق الحلقة 1 بحيث
 يصبح الفرق بين t_1, t_j مساويا لما u_{1j} فيصل النشاط الى
 حده الأعلى أو ليصبح الفرق بين t_1, t_j مساويا حده الأدنى
 $s_{1j}^{(1)}$ ويتوقف ذلك على ما اذا كانت δ_2 خاصة بـ $s_{1j}^{(1)}$
 أو $s_{1j}^{(2)}$.

- وتحدد δ بأقل وقت يلزم لتحويل مسار عليه فاعن الى مسار
 خرج عند حده الأعلى أو ضغط مسار الى حده الأدنى أو إعادة رد وقت
 على أحد المسارات التى سبق ضغطها ويتم ذلك على المثال السابق
 كما يلى :

$$G = \{ (1,3), (2,3), (2,4) \}$$

وحيث أنه تم ترميز الحلقات 1,2 ولم يتم ترميز 3,4 وحيث
 أن جميع الاسهم فى الاتجاه $j \rightarrow 1$ حيث 1 حلقة تم ترميزها
 و j حلقة لم يتم ترميزها ، كان معنى ذلك أن $z_1 = 5$, $z_2 = 4$
 وحيث أن :

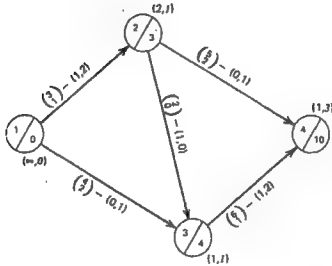
$$s_{13}^{(1)} = 0 - 5 + 4 = -1 \Rightarrow s_{13}^{(2)} < 0$$

$$(1) \quad s_{23} = 3 - 5 + 2 = 0, \quad (2) \quad s_{23} = 3 - 5 + 0 = -2 < 0$$

$$(1) \quad s_{24} = 3 - 11 + 5 = -3 < 0$$

$$\therefore s_1 = \min (-(-1), -(-2), -(-3)) = 1$$

والتالي يتم تخفيض أوقات الحلقات 3, 4 لتصبح قيمتها 10, 4 على التوالي. $s_{23}^{(2)} < 0$ كما أن $s_{13}^{(1)}$ خاصة وذلك كما في شكل (٧/٤)



شكل (٧ / ٤)

كما يتم تمييز الحلقة 4 من الحلقة 3 .

وتمثل الخطوات الثلاث المابقة اتمام مرحلة كاملة للانتقال من

11 يوما الى 10 يوما وتكرر نفس هذه الخطوات للانتقال من 10 أيام الى أن نصل الى أقل حد ممكن لتنفيذ المشروع وسوف نقوم بتطبيق ذلك على المثال السابق كما يلي :

المرحلة الثانية T=10 :

بالنظر الى شكل ٧/٤ نجد أن :

$$(1) \quad S_{12} = 0 - 3 + 3 = 0, (r_{12} = 2)$$

وهذا بمعنى تمييز الحلقة (2) بـ (2,1)

$$(1) \quad S_{13} = 0 - 4 + 4 = 0, (r_{13} = 1)$$

هذا بمعنى تمييز الحلقة (3) بـ (1,1)

$$(1) \quad S_{24} = 3 - 10 + 5 < 0, \quad (1) \quad S_{34} = 4 - 10 + 6 = 0;$$

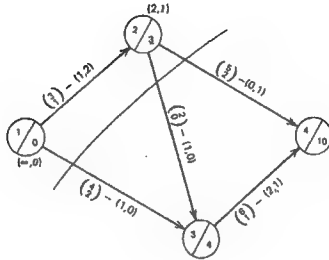
$$(r_{34} = 2)$$

هذا بمعنى تمييز الحلقة 4 بـ (1,3) ، حيث نلاحظ أن r_4 هي الأقل ما بين r_3 ، r_{34} أى يتم إنجاز الحلقة الرابعة حيث

تكون $r_4 = 1$. يتم شطب جميع الرموز الخاصة بالشبكة ماعدا الحلقة

(1) التي تم تمييزها بـ ∞ ثم نبدأ عملية التمييز مرة أخرى . وذلك كما في

شكل (٨/٤) ، حيث يتم تمييز الحلقة (2) بـ (2,1) .



شكل (٨ / ٤)

حيث نجد أن $(r_{12} = 2)$ ، $s_{12}^{(1)} = 0 - 3 - +3 = 0$ ،
 إلا أنه لا يتم ترميز الحلقة (3) حيث أن $s_{13}^{(1)} = 0$ ولكن الطاقة
 $r_{13} = 0$ ، كما نجد أن $s_{23}^{(1)} > 0$ ، $s_{23}^{(2)} < 0$ أي لا يمكن ترميز
 الحلقة (3) من الحلقة (2) ، كما لا يمكن ترميز الحلقة (4)
 من الحلقة (2) حيث أن $s_{24}^{(1)} , s_{24}^{(2)} < 0$

والتالي تنتهي عملية الترميز هذه ، بعدم تحقق انجاز وبالتالي
 ننقل الى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق
 الحلقات حيث نجد أنه تم ترميز الحلقة (2) ، (1) دون الحلقة

(4) (3) والتالى تكون

$$C = \{ (1,3) , (2,3) , (2,4) \}$$

كما أن $z_2 = \phi$ ، $z_1 = C$ والتالى لحساب δ_1 نحسب مايلي :

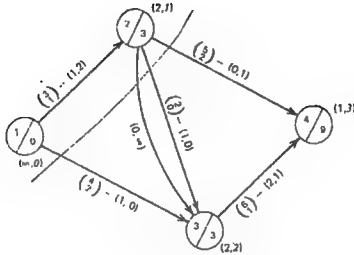
$$s_{13}^{(1)} = 0 , s_{13}^{(2)} = 0 - 4 - + 2 = -2 < 0$$

$$s_{23}^{(2)} = 3 - 4 - + 0 = -1 < 0$$

$$s_{24}^{(1)} = 3 - 10 + 5 = -2 < 0$$

$$\Rightarrow \delta_1 = \min \{ -(-2), -(-1), -(-2) \} = +1$$

وتكون δ_1 خاصة بالنشاط 3 \rightarrow 2 والتالى تخففى t_3 لتصبح مساوية 3 و t_4 لتصبح ساوية 9 . ونظرا لأن مصدر δ_1 هو $s_{23}^{(2)}$ كان معنى هذا أن النشاط 3 \rightarrow 2 قد وصل الى حده الأدنى ، والتالى يتم رسم سهم جديد للنشاط 3 \rightarrow 2 ليصبح بمقدور التدفقات $f_{1j}^{(2)}$ ، وذلك كما فى شكل (٩/٤) .



شكل (١ / ٤)

المرحلة الثالثة $T = 9$

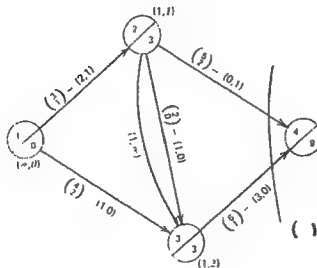
يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (2 , 1) حيث أن $s_{12}^{(1)} = 0$ ، $r_{12} = 2$ ، أما بالنسبة للحلقة (3) فلا يتم ترميزها من الحلقة (1) حيث أن $s_{13}^{(1)} > 0$ ، $s_{13}^{(2)} < 0$ ، على أنه يمكن ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز (2 , 2) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ ويتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (3) بالرمز (1 , 3) حيث أن $s_{34}^{(1)} = 0$ وذلك كما في شكل (١ / ٤) .

أي تنتهي الخطوة الثانية بتحقيق انجاز الى الحلقة الرابعة

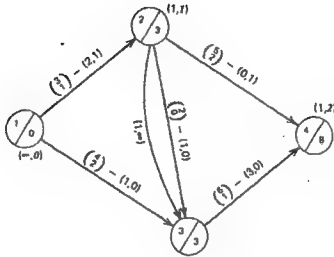
بالقيمة 1 ، وبالتالي يتم تعديل التدفقات كما في شكل (١٠/٤)
ثم نعيد عملية الترميز حيث يتم ترميز الحلقة ⁽¹⁾ (2) من الحلقة
(1) بالرمز (1 ، 1) حيث أن $s_{12} = 0$ ، $r_{12} = 1$ وكذا يتم
ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز (1, 2) حيث
أن $s_{23} = 0$ اما الحلقة الرابعة فلا يمكن ترميزها وبالتالي
نصل الى حالة عدم انجاز كما في شكل (١٠/٤) وبالتالي تنتقل الى
الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات
حيث تم ترميز الحلقات (1) ، (2) ، (3) دون الحلقة (4)
وبالتالي تكون

$$Z_2 = \{ (2, 4) , (3, 4) \} \text{ و } z_2 = \phi$$

يتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $s_{24}^{(1)} = -1$ ، $s_{34}^{(2)} = -5$
وتخص δ_1 النشاط 4 \rightarrow 2 حيث يصبح نشاطا حرجا عند حده
الأعلى 5 $u_{24} = 5$ ، ويتم تعديل وقت تحقق الحلقة (4) لتصبح 8
وذلك كما في شكل (١١/٤) .



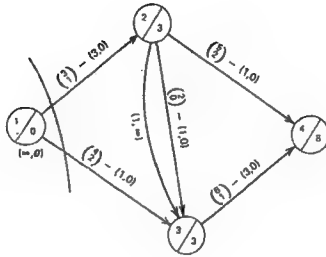
شكل (١٠/٤)



شكل (١١ / ٤)

المرحلة الرابعة $T = 8$:

يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1,1) حيث أن $s_{12}^{(1)} = 0$ ، $r_{12} = 1$ ، ولا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) إذ أن $s_{13}^{(1)} > 0$ ، $s_{13}^{(2)} < 0$ ، إلا أنه يتم ترميز (4) من (2) بالرمز (1,2) حيث أن $s_{24}^{(1)} = 0$.
 وهذا يتحقق انجاز للحلقة الرابعة بالقيمة $\rho_4 = 1$ ، فيتم تعديل التدفقات وذلك كما في شكل (١٢ / ٤) ثم نميد عملية الترميز إذ نجد



شكل ١٢/٤

عدم إمكانية تمييز (2) من (1) حيث أن :

(2)

$s_{12}^{(1)} = 0$ إلا أن $r_{12} = 0$ كما أن $s_{12}^{(2)} < 0$ ، والمثل

(2)

لا يتم تمييز (3) من (1) ، إذ أن $s_{13}^{(2)} < 0$ ، وبالتالي

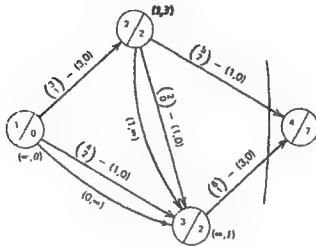
نصل إلى حالة عدم انجاز كما في شكل ١٢/٤ ، وبالتالي ننتقل إلى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث تم تمييز الحلقة (1) ولم يتم تمييز الحلقة (2) * (3)

فتكون

$$C = \{ (1,2) , (1,3) \} , z_2 = \phi$$

وتكون $s_1 = 1$ حيث أن $s_{12}^{(2)} = -2$ ، $s_{13}^{(2)} = -1$ ونخص

٦_١ النشاط 3 → 1 الذي يصل الى حده الأدنى وبالتالي ننفسه
 سهم آخر يسمح بمرور التدفقات $f_{13}^{(2)}$ كما في شكل (١٣/٤) .



شكل (١٣/٤)

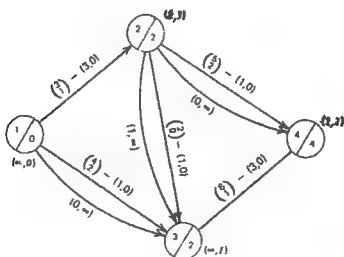
: T= 7 المرحلة الخامسة

لا يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) حيث أن
 $s_{12}^{(2)} < 0$ ، بينما يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1)
 بالوزن (1 , ∞) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ ويتم ترميز الحلقة
 (2) من (3) بالوزن (1,3) إذ أن $s_{23}^{(2)} = 0$ فيتم رد
 التدفقات السابقة $f_{13}^{(2)}$ إذ أن $f_2 = \min (q_3, f_{23})$ أي أن

ولا يتم ترميز الحلقة (4) سواء $q_2 = \min (\infty , 1)$
 من الحلقة (2) أو الحلقة (3) إذ أن $s_{24}^{(1)} = 0$ بينما
 $x_{24} = 0$ كما أن $s_{24}^{(2)} < 0$ وكذلك $s_{34}^{(2)} < 0$. وبالتالي
 تنتقل إلى الخطوة الثالثة الخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث تم
 ترميز الحلقات (1) ، (2) ، (3) دون (4) وبالتالي
 تكون

$$C = \{ (2,4) , (3,4) \} , \quad z_2 = \phi$$

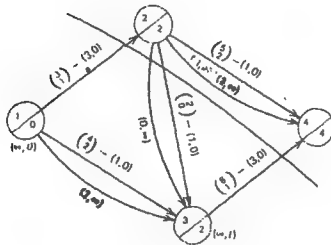
وتكون $s_1 = 3$ حيث أن $s_{24}^{(2)} = -3$ ، $s_{34}^{(2)} = -4$
 ونخص s_1 النشاط $4 \rightarrow 2$ حيث يصل إلى حده الأدنى وبالتالي
 ننشئ سهم آخر يجمع بين الترددات $f_{24}^{(2)}$ كما في الشكل
 • (١٤ / ٤)



شكل (١٤ / ٤)

المرحلة السادسة : $T=4$

يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) بالرمز ($\infty, 1$)
 حيث أن $s_{13}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز (2) من (3) بالرمز (1, 3)
 حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (2)
 بالرمز (1, 2) حيث أن $s_{24}^{(2)} = 0$ أي يتم انجاز الحلقة الرابعة
 بالقيمة $q_4 = 1$ ، فيتم تعديل التدفقات وذلك كما في شكل (١٥ / ٤)
 ، ثم نعيد الترميز حيث يتم ترميز (3) من (1) بالرمز ($\infty, 1$)



شكل (١٥ / ٤)

دون إمكانية ترميز الحلقة (2) • (4) • وبالتالي تنتقل إلى

الخطوة الخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث

$$Z = \{(1,2), (2,3), (3,4)\} , Z_1 = \{(1,2), (3,4)\}$$

$$Z_2 = \{(2,3)\}$$

وتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $s_{12}^{(2)} = -1$ ، $s_{34}^{(2)} = -1$ أى

يصل وقت التنفيذ النفاطين $1 \rightarrow 2$ ، $4 \rightarrow 3$ الى الحد الأدنى

وتكون $\delta_2 = 2$ حيث $s_{23}^{(2)} = 2$

وبالتالى تكون $\delta = 1$ حيث أن

$$\delta = \min (\delta_1 , \delta_2) = 1$$

وبتم تعديل وقت تحقق الحلقة (2) ليصبح مساويا واحد وكذا

تحقق الحلقة (4) ليصبح مساويا 3 وذلك كما فى شكل ١٦/٤ .

المرحلة السابعة T=3 :

يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1 , ∞)

حيث أن $s_{12}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1)

بالرمز (1 , ∞) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من

الحلقة (3) بالرمز (3 , ∞) حيث أن $s_{34}^{(2)} = 0$. وبمعنى

هذا انجاز الحلقة الرابعة بالقيمة ∞ وبالتالى عدم امكانه

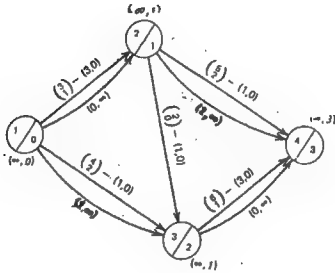
تحقيق أى تخفيضات جديدة فى وقت تنفيذ المشروع . ويمكن تلخيص النتائج

السابقة فى جدول (٢/٤) التالى .

التكاليف	S.P	الزيادة في التكاليف الزيادة والتجميع	عدد وحدات الزمن التي يتم تنفيذها	تكلفة ضغط وحدة $P = 1$	زمن واحد t_{14}	وقت تنفيذ المشروع t_4
1	1		1	1		11
3	2		1	2		10
6	3		1	3		9
10	4		1	4		8
22	12		3	4		7
27	5		1	5		4
						3

جدول (٢/٤)

كما يمكن بيان الدالة المعبرة عن العلاقة بين الوقت والتكلفة كما في شكل (١٦/٤) والتي تبين أن أقل وقت لتنفيذ المشروع هو 3 وتكون التكلفة المقابلة 27



شكل (١٦/٤)

ونلاحظ هنا أن انقاص وقت تنفيذ المشروع لابد وأن يتم من طريق تقصير المسار أو المسارات الحرجة ، إلا أن تقصير المسار أو المسارات الحرجة لا يعني تقليل وقت تنفيذ كل أو بعض أنشطة المشروع ، فقد يحدث زيادة في بعض أنشطة المشروع في الوقت الذي يحدث فيه

تقليل وقت تنفيذ المشروع ، وذلك كما حدث بالنسبة للنشاط (2,3)
في المثال السابق اذ تم انقاذه من 2 الى 0 ثم بقى على ذلك
عدة محاولات ثم تم زيادته مرة أخرى الى 1 . ويرجع ذلك الى
انقاص أكثر من نشاط على المسار الحرج ففى نفس الوقت ، الأمر
الذى يؤدي الى انقاص المسار الحرج بـ 26 بدلا من 8 ، وبالتالي
تتاح الفرصة الى إعادة رد بعض الوقت الى بعض الأنشطة التي سبق
تقليل وقت تنفيذها ، وطبيعة الحال يتم الرد بالنسبة للأنشطة الأكثر
تكلفة حتى يمكن احداث أكبر تخفيض ممكن في النفقات .

٦ - تأريخ :-

١ - اذا توافرت البيانات التالية لشبكة اعمال ما .

النشاط	1ij	2ij	3ij
(1, 2)	4	6	8
(1, 3)	4	8	9
(1, 4)	3	5	3
(2, 4)	3	3	∞
(2, 5)	3	5	4
(3, 6)	8	12	20
(4, 6)	5	8	5
(5, 6)	6	6	∞

المطلوب : ١ - رسم شبكة الاعمال

٢ - بيان دالة التكاليف المثلى الخاصة بوقت تنفيذ المشروع

ابتداءً من الوقت المعتدل ونزولا الى الوقت المضغوط

٢ - اذا توافرت البيانات لشبكة أعمال ما :-

النشاط	$11j$	$u1j$	aij
(١, ٢)	2	10	2
(١, ٣)	5	7	5
(١, ٤)	3	9	1
(٢, ٣)	1	5	5
(٢, ٤)	4	10	4
(٢, ٥)	4	8	2
(٣, ٥)	6	9	9
(٤, ٥)	3	6	8

المطلوب /

١ - رسم شبكة الاعمال .

٢ - ما هي الزيادة في التكاليف اللازمة لخفض وقت المشروع من 17

يوماً الى 13 يوماً .

Appendix The Cumulative Normal Distribution Function†

for $(0 \leq z < \infty)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6256	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7703	.7734	.7764	.7794	.7824	.7854
.8	.7883	.7913	.7942	.7970	.7998	.8026	.8054	.8081	.8108	.8136
.9	.8164	.8191	.8218	.8245	.8271	.8298	.8324	.8350	.8376	.8401
1.0	.8438	.8463	.8488	.8512	.8536	.8559	.8582	.8605	.8628	.8649
1.1	.8671	.8693	.8715	.8736	.8758	.8779	.8799	.8819	.8838	.8857
1.2	.8877	.8896	.8915	.8934	.8953	.8971	.8989	.8999	.9017	.9035
1.3	.9053	.9071	.9088	.9106	.9124	.9141	.9158	.9176	.9192	.9209
1.4	.9226	.9242	.9259	.9275	.9291	.9308	.9324	.9341	.9357	.9374
1.5	.9389	.9406	.9422	.9438	.9454	.9469	.9484	.9499	.9515	.9530
1.6	.9545	.9560	.9575	.9590	.9605	.9620	.9635	.9649	.9664	.9678
1.7	.9691	.9706	.9720	.9734	.9748	.9762	.9776	.9790	.9804	.9817
1.8	.9831	.9844	.9857	.9870	.9883	.9896	.9909	.9921	.9934	.9946
1.9	.9959	.9970	.9981	.9990	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.0	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.1	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.2	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.3	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.4	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.5	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.6	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.7	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.8	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
2.9	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.0	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.1	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.2	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.3	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.4	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.5	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.6	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.7	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.8	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.9	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.0	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.1	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.2	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.3	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.4	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.5	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.6	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.7	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.8	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
4.9	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

Example: $\Phi(3.57) = .998215 = 0.998215$.† By permission from A. Hald, *Statistical Tables and Formulas*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.

Appendix The Cumulative Normal Distribution Function†



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.0	.0000	.4960	.4820	.4680	.4540	.4400	.4261	.4121	.3981	.3841
-2.9	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4324	.4285	.4245
-2.8	.4307	.4268	.4229	.4189	.4150	.4111	.4071	.4032	.3992	.3953
-2.7	.3913	.3874	.3835	.3796	.3757	.3717	.3678	.3638	.3599	.3559
-2.6	.3520	.3481	.3442	.3403	.3364	.3325	.3286	.3247	.3207	.3168
-2.5	.3129	.3090	.3051	.3012	.2973	.2934	.2895	.2856	.2817	.2778
-2.4	.2738	.2699	.2660	.2621	.2582	.2543	.2504	.2465	.2426	.2387
-2.3	.2348	.2309	.2270	.2231	.2192	.2153	.2114	.2075	.2036	.1997
-2.2	.1957	.1918	.1879	.1840	.1801	.1762	.1723	.1684	.1645	.1606
-2.1	.1567	.1528	.1489	.1450	.1411	.1372	.1333	.1294	.1255	.1216
-2.0	.1177	.1138	.1099	.1060	.1021	.0982	.0943	.0904	.0865	.0826
-1.9	.0787	.0748	.0709	.0670	.0631	.0592	.0553	.0514	.0475	.0436
-1.8	.0397	.0358	.0319	.0280	.0241	.0202	.0163	.0124	.0085	.0046
-1.7	.0007	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.3	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.2	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-1.0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.3	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.2	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
-0.1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.2	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.3	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
0.9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.2	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.3	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.2	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.3	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2.9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
3.0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

Example: $\Phi(-3.57) = .0001785$.

† By permission from A. Hald, Statistical Tables, and Formulas, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.

المراجع الماسية :

- 1 - E.W. Davis, Project Management: Techniques Applications, and Managerial Issues, Industrial Engineering a Management press, Institute of I.E., 1976.
- 2 - Joseph J. Moder, cecil R. Phillips, Project Management with GPM and PERT, Van Nostr and Reinhold company, 1970.
- 3 - L.R. Ford, Jr . and D.R. Fulkerson, Princeton, 1962.
- 4 - Salah E. Elmaghruby, Actinity Networks, John witey & sons, 1977
- 5 - W.L. Price, Graphs and Networks, An Introduction, Princeton, 1971.

كتب أخرى للمؤلف

- ١ - مقدمة في ادارة الانتاج دار الفكر العربي ١٩٨٤ .
- ٢ - مقدمة في بحوث العمليات دار الفكر العربي ١٩٨٤ .

المصوب	الخطأ	تصحیح الاخطاء :- رقم الصفحة
1 o B (j)	1 o B (1)	١ - ص ١٧ المعادله الاولى
t1 (٨)	Tj (٤)	٢ - ص ٢١ العمود (3)
Tj (1)	t1 (1)	٣ - ص ٢١ العمود (6)
حيث تكون (١) تعنى القيمه الدنيا	حيث تكون (1) هي القيمه الدنيا	٤ - ص ٢٢ المطر رقم (١٧)
١١١ - 2 ص	١١١ - ص	٥ - ص ٣١ شكل ١ / ١٤
هي المقابله واحتمال 95 %	هي المقابله والاحتمال	٦ - ص ٢٦ المطر رقم ٣
والخطأ المعياري 47 ص	والتباين 47 ص	٧ - ص ٤٠ المطر رقم ١٤
(1.06) - ١	(1.06) - ١	٨ - ص ١٤١ المطر رقم ٧
٧	٧ / ٦	٩ - ص ٤٢ المطر رقم ٤

رقم الصفحة	الموضوع
	الفصل الأول : التحليل الزيني لشبكة الأعمال
٣	١ - مقدمة
٣	٢ - تمهيد
٥	١/٢ النشاط
٥	٢/٢ الحد
٦	٣/٢ المخرج
٦	٤/٢ شبكة الأعمال
٧	٣ - كيفية التعبير عن الشبكة في شكل شبكة أعمال
٧	١/٣ قواعد رسم شبكة الأعمال
٧	٢/٣ استخدام الأنشطة الوحيدة
٩	٤ - كيفية تحديد الأوراق الخاصة بالأنشطة
١٢	٥ - تحديد الأوراق في شبكة الأعمال ذات الأنشطة المتعددة
١٤	١/٥ الفائض الكلي
١٨	٢/٥ فائض الأمان
١٨	٣/٥ الفائض الحر
١٩	٤/٥ الفائض المتداخل
١٩	٥/٥ تحديد المسار العرج
٢٤	٦/٥ تحديد المسار العرج باستخدام الأوراق
٢٥	المخصصة في الاتجاه الأمثل فقط
٢٥	٦ - تحديد الأوراق في شبكة الأعمال إذا ما كانت أوراق
٢٦	الأنشطة بمثابة متغيرا عشوائيه
٢٦	١/٦ قواعد طلبة يجب الاستعداد بها
٣٠	تحديد a_{ij} , b_{ij} , m_{ij}
٣١	٢/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المخرج في وقت محدد

الموضوع	رقم الصف
٣/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بإمكانية تنفيذ المشروع قبل الميلاد المحدد	٣٣
٤/٦ الاحتمال الخاص بتنفيذ جانب معين من المشروع في وقت محدد	٣٦
٥/٦ بعض الملاحظات الخاصة عند حساب الاحتمالات	٣٦
٦/٦ مثال يوضح الاجابة على بعض الاسئلة التي تهم المدير المسئول من المشروع	٤٠
٧ - تحديد المسار الحرج بالنظر الى شبكة الاصل على أنها شبكة تدفقات	٤٢
٨ - تمارين على الفصل الأول	٤٨
الفصل الثاني : جدولة أنشطة شبكات الاحمال - التماذج الرئيسية	٥٢
١ - مقدمة	٥٢
٢ - الجهود الخاصة بايجاد حلول مثلى لهذا النوع من المشاكل	٥٣
٣ - وصف طريقتي المشاكل الرئيسية والخاصة بجدولة الأنشطة	٥٤
١/٣ حالة تخصيص موارد متاحة بكميا محدودة	٥٥
٢/٣ تصعيد المستوى المطلوب من كل مورد بقرض أنه متاح بكميا تفير محدد	٥٦
٣/٣ التخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد	٥٦
٤ - القواعد المنطقية الخاصة بتخصيص الموارد المتاحة بكميا محدد	٥٨
٥ - قواعد الحل الخاصة بموازاة وتقريب المستوى المطلوب من الموارد بقرض أن هذه الموارد متاحة بكميا محدودة	٦٥
١/٥ خطوات تخرج من الموازاة والتصعيد	٦٦
٢/٥ خطوات الموازاة والتصعيد لوجست	٧٠
٦ - التخطيط طويل الأجل للموارد المتاحة	٧٥

الموضوع رقم الصفحة

٧٥	نموذج هيست SPAR-1
٧٨	النظام القرصى بحجم فريق العمل ١/١/٦
٧٩	النظام القرصى الخاص بالاسراع فى تنفيذ الأنشطة المرحله ٢/١/٦
٨٠	النظام القرصى للاعتباره من أنشطة فعاله جارى تنفيذها ٣/١/٦
٨٠	النظام القرصى الخاص بإعادة جدولة أنشطة فعاله جارى تنفيذها ٤/١/٦
٨١	النظام القرصى الخاص بتوزيع المتبقى من الموارد فسر المستخدم ٥/١/٦
٨٢	٧ - تمارين

الفصل الثالث : الأساليب المستخدمه فى الموائمه بين الوقت

٨٤	والتكلفه
٨٤	١ - مقدمه
٨٧	٢ - طريق السال الحرج للموائمه بين الوقت والتكلفه
٨٨	١/٢ تكاليف النشاط المباشره
٨٨	٢/٢ التكلفه الغير مباشره الخاصه بالمشرح ككل
٨٩	٣/٢ نقطه الوقت والتكلفه لأداء النشاط بشكل معتدل
٨٩	٤/٢ نقطه الوقت والتكلفه لأداء النشاط بشكل مضغوط
٩٣	٥/٢ المنطقه الكامله المعبره عن الوقت المعتدل والنقطه المضغوط والتكاليف الخاصه بهما للمشرح ككل
٩٨	٣ - مجموعه قواعد منطقيه تستخدم فى الموائمه بين وقت والتكلفه المشرح
٩٨	١/٣ أهم خصائص هذه القواعد المنطقيه فى الحل
١٠٠	٢/٣ قواعد الموائمه بين الوقت والتكلفه
١٠٧	٤ - تمارين

رقم الصفحة	الموضوع
١١٠	الفصل الرابع : الحل الأمثل لمشكلة الموازنة بين الوقت والتكلفة
١١٠	١ - مقدمة
١١١	٢ - نموذج عبكة تدفقات الأموال
١١٣	٣ - طريقة الحل بالنظر الى عبكة الأموال على أنها عبكة تدفقات
١١٤	٤ - النموذج الرياضي
١٢٠	٥ - خطوات توليد كورس للحل
١٥٩	٦ - تلخيص
١٦١	ملحق أ
١٦٢	ملحق ب
١٦٣	المراجع العلمي
١٦٤	تصحيح الأخطاء
١٦٥	محتويات الكتاب

.....

.....

.....

